

3. Test VU Wärmeübertragung

16. 1. 2020

A1	A2	A3	A4	A5	B1	B2	Summe

A1)

A2)

A3)

A4)

A5)

Beispiel 1

Die Schmelze eines Reinstoffs habe zum Zeitpunkt $t = t_0$ genau die Schmelztemperatur $T_{\text{fus}} = 1518^\circ\text{C}$ und sei gerade flüssig. Die Schmelze strahle wie ein grauer Körper mit dem Emissionsvermögen $\epsilon = 0,2$, die Umgebung der Temperatur $T_U = 300\text{ K}$ strahle wie ein schwarzer Körper. Aufgrund des Wärmestroms durch Strahlung beginne sich zum Zeitpunkt $t = t_0$ eine Erstarrungsfront in die Schmelze hinein zu bewegen.

- Bei welcher Wellenlänge λ_{max} liegt zur Zeit $t = t_0$ das Maximum des abgestrahlten Strahlungsspektrums?
- Wie groß ist die zufolge Strahlung mit der Umgebung ausgetauschte Wärmestromdichte \dot{q}_{netto} zum Zeitpunkt $t = t_0$?
- Berechnen Sie die anfängliche Geschwindigkeit der Erstarrungsfront dx_F/dt zur Zeit $t = t_0$.

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^{-4}, \quad (\lambda T)_{\text{max}} = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ mK}, \quad \Delta h_{\text{fus}} = 270 \text{ kJ/kg}, \quad \rho = 7200 \text{ kg/m}^3.$$

Temperatur der Schmelze, $T = 1518 + 273 = 1791\text{ K}$.

a)

$$\lambda_{\text{max}} T = 2,90 \cdot 10^{-3}, \quad \lambda_{\text{max}} = 2,90 \cdot 10^{-3} / 1791 = 1,62 \cdot 10^{-6} = 1620 \text{ nm}.$$

b)

$$\dot{q}_{\text{netto}} = \dot{q}_{\text{em}} - \dot{q}_{\text{abs}} = \epsilon \sigma T_{\text{fus}}^4 - \epsilon \sigma T_U^4 = 0,2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (1791^4 - 300^4) = 116\,590 \text{ W/m}^2.$$

c)

Energiebilanz an der Erstarrungsfront,

$$0 = -\dot{q}_{\text{netto}} A + \dot{H}_{\text{ein}}^{(m)} - \dot{H}_{\text{aus}}^{(m)},$$

$$\dot{H}_{\text{ein}}^{(m)} - \dot{H}_{\text{aus}}^{(m)} = \dot{m}(h^{II} - h^I) = \dot{m} \Delta h_{\text{fus}}, \quad \dot{m} = A \rho^I \frac{dx_F}{dt} = A \rho^{II} v_{\text{liq}},$$

$$\frac{dx_F}{dt} = \frac{\dot{q}_{\text{netto}}}{\Delta h_{\text{fus}} \rho} = \frac{116\,590}{270 \cdot 10^3 \cdot 7200} = 60 \cdot 10^{-6} = 60 \text{ } \mu\text{m}.$$

Beispiel 2

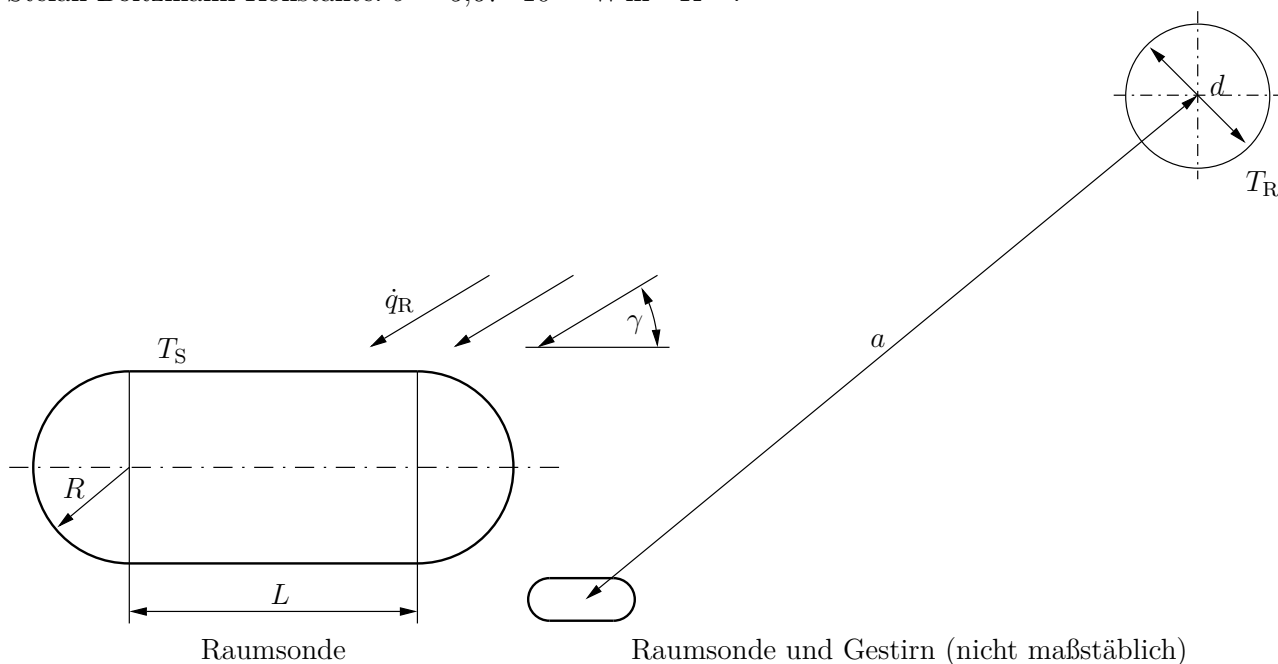
Eine Raumsonde hat die Form eines Zylinders der Länge L mit auf den Deckflächen aufgesetzten Halbkugeln des Radius R , siehe Skizze. Die Raumsonde befindet sich im Abstand $a = 120 \cdot 10^6$ km von einem Gestirn mit dem Radius $r = 701\,000$ km. Das Gestirn strahle wie ein schwarzer Körper, die Oberflächentemperatur sei $T_R = 7\,000$ K. Der Winkel zwischen der auf die Raumsonde einfallenden Strahlung zur Symmetrieachse der Sonde sei $\gamma = 60^\circ$.

Das Gesamtabsorptionsvermögen $\bar{\alpha}$ der Oberfläche der Raumsonde bei Einfall von Strahlung, die von einem schwarzen Körper der Temperatur T ausgeht, sei von der Oberflächentemperatur unabhängig und durch folgende Formel gegeben:

$$\bar{\alpha}(T) = 1 - \left(1 + \frac{T/\text{K}}{6\,000}\right)^{-1}.$$

Werte: $L = 1,6$ m, $R = 0,4$ m; $a = 120 \cdot 10^6$ km, $r = 701 \cdot 10^3$ km, $T_R = 7\,000$ K, $\gamma = 60^\circ$.

Stefan-Boltzmann Konstante: $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-4}$.



- Berechnen Sie den Betrag des Strahlungsflussvektors \dot{q}_R an der Stelle der Raumsonde (Entfernung a vom Mittelpunkt des Gestirns).
- Wie groß ist das Gesamtabsorptionsvermögen $\bar{\alpha}$ der Raumsonde?
- Wie groß ist das Gesamtemissionsvermögen der Raumsonde, falls die Temperatur der Raumsonde 400 K beträgt?
- Berechnen Sie den von der Raumsonde emittierten Wärmestrom \dot{Q}_{em} bei einer Temperatur von 400 K.
- Welche Temperatur hat die Raumsonde im stationären Zustand? (Genauigkeit ± 5 K; Falls a) nicht gelöst wurde: Verwenden Sie $\dot{q}_R = 2\,000 \text{ W m}^{-2}$.)

a)

An der Oberfläche des Gestirns wird der gesamte Strahlungsstrom $\dot{Q} = \sigma T^4 \cdot 4r^2\pi$ abgegeben, durch eine Kugel mit dem Radius a muss der gleiche Strahlungsstrom fließen, $\dot{Q} = \dot{q}_R \cdot 4a^2\pi$,

$$\dot{q}_R = \sigma T^4 \frac{r^2}{a^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 7000^4 \cdot \left(\frac{701}{120000} \right)^2 = 4646 \text{ Wm}^{-2}.$$

b)

$$\bar{\alpha} = 1 - \frac{1}{1 + 7/6} = 0,538.$$

c)

$$\bar{\epsilon} = \bar{\alpha}(T = 400 \text{ K}) = 1 - \frac{1}{1 + 0,4/6} = 0,0625.$$

d)

$$\begin{aligned} \dot{Q}_{\text{em}} &= A\dot{q}_{\text{em}} = A\bar{\epsilon}\sigma T^4, \\ A &= 4r^2\pi + 2R\pi L = 4 \cdot 0,4^2\pi + 0,8 \cdot 1,6\pi = 6,032 \text{ m}^2. \\ \dot{Q} &= 6,032 \cdot 0,0625 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 400^4 = 547 \text{ W}. \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} 0 &= \dot{Q}_{\text{abs}} - \dot{Q}_{\text{em}}, & \dot{Q}_{\text{abs}} &= A_{\text{proj}}\dot{q}_R, \\ A_{\text{proj}} &= R^2\pi + 2RL \sin \gamma \dots \end{aligned}$$