

### 3. Test VU Wärmeübertragung

16. 1. 2020

A1	A2	A3	A4	A5	B1	B2	Summe

A1)

A2)

A3)

A4)

A5)

### Beispiel 1

Die Schmelze eines Reinstoffs habe zum Zeitpunkt  $t = t_0$  genau die Schmelztemperatur  $T_{\text{fus}} = 1518^\circ\text{C}$  und sei gerade flüssig. Die Schmelze strahle wie ein grauer Körper mit dem Emissionsvermögen  $\epsilon = 0,2$ , die Umgebung der Temperatur  $T_U = 300\text{ K}$  strahle wie ein schwarzer Körper. Aufgrund des Wärmestroms durch Strahlung beginne sich zum Zeitpunkt  $t = t_0$  eine Erstarrungsfront in die Schmelze hinein zu bewegen.

- Bei welcher Wellenlänge  $\lambda_{\text{max}}$  liegt zur Zeit  $t = t_0$  das Maximum des abgestrahlten Strahlungsspektrums?
- Wie groß ist die zufolge Strahlung mit der Umgebung ausgetauschte Wärmestromdichte  $\dot{q}_{\text{netto}}$  zum Zeitpunkt  $t = t_0$ ?
- Berechnen Sie die anfängliche Geschwindigkeit der Erstarrungsfront  $dx_F/dt$  zur Zeit  $t = t_0$ .

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^{-4}, \quad (\lambda T)_{\text{max}} = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ mK}, \quad \Delta h_{\text{fus}} = 270 \text{ kJ/kg}, \quad \rho = 7200 \text{ kg/m}^3.$$

Temperatur der Schmelze,  $T = 1518 + 273 = 1791\text{ K}$ .

a)

$$\lambda_{\text{max}} T = 2,90 \cdot 10^{-3}, \quad \lambda_{\text{max}} = 2,90 \cdot 10^{-3} / 1791 = 1,62 \cdot 10^{-6} = 1620 \text{ nm}.$$

b)

$$\dot{q}_{\text{netto}} = \dot{q}_{\text{em}} - \dot{q}_{\text{abs}} = \epsilon \sigma T_{\text{fus}}^4 - \epsilon \sigma T_U^4 = 0,2 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} (1791^4 - 300^4) = 116590 \text{ W/m}^2.$$

c)

Energiebilanz an der Erstarrungsfront,

$$0 = -\dot{q}_{\text{netto}} A + \dot{H}_{\text{ein}}^{(m)} - \dot{H}_{\text{aus}}^{(m)},$$

$$\dot{H}_{\text{ein}}^{(m)} - \dot{H}_{\text{aus}}^{(m)} = \dot{m}(h^{II} - h^I) = \dot{m} \Delta h_{\text{fus}}, \quad \dot{m} = A \rho^I \frac{dx_F}{dt} = A \rho^{II} v_{\text{liq}},$$

$$\frac{dx_F}{dt} = \frac{\dot{q}_{\text{netto}}}{\Delta h_{\text{fus}} \rho} = \frac{116590}{270 \cdot 10^3 \cdot 7200} = 60 \cdot 10^{-6} = 60 \text{ } \mu\text{m}.$$

## Beispiel 2

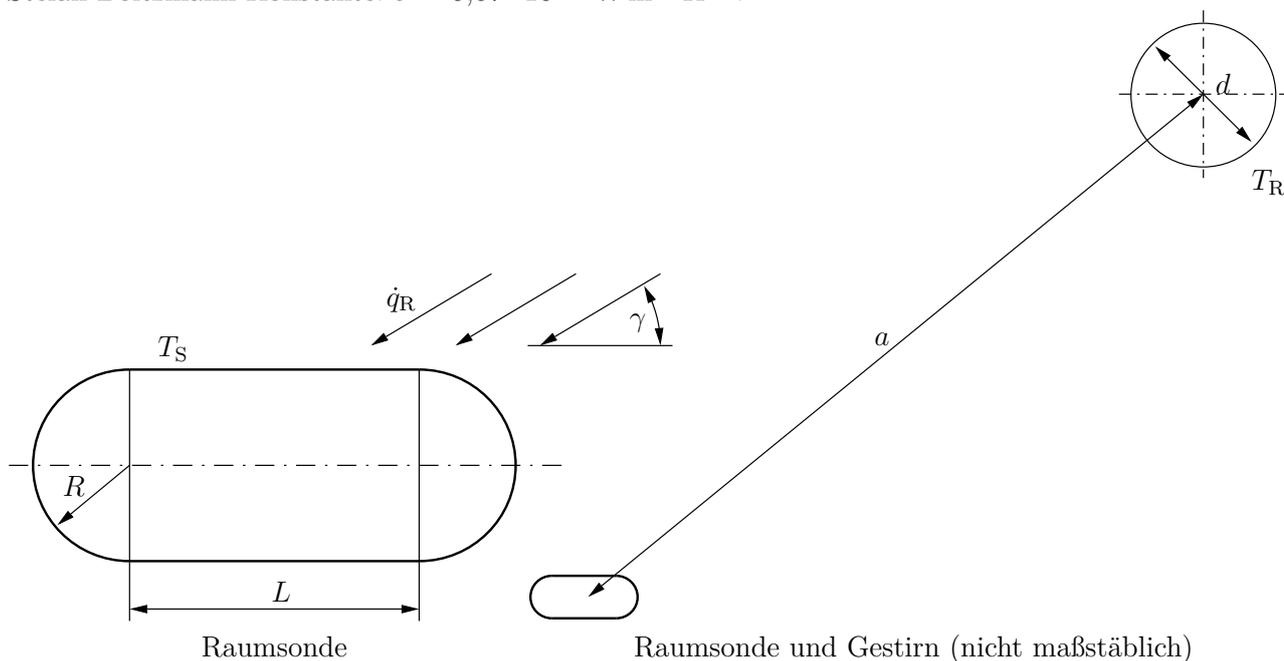
Eine Raumsonde hat die Form eines Zylinders der Länge  $L$  mit auf den Deckflächen aufgesetzten Halbkugeln des Radius  $R$ , siehe Skizze. Die Raumsonde befindet sich im Abstand  $a = 120 \cdot 10^6$  km von einem Gestirn mit dem Radius  $r = 701\,000$  km. Das Gestirn strahle wie ein schwarzer Körper, die Oberflächentemperatur sei  $T_R = 7\,000$  K. Der Winkel zwischen der auf die Raumsonde einfallenden Strahlung zur Symmetrieachse der Sonde sei  $\gamma = 60^\circ$ .

Das Gesamtabsorptionsvermögen  $\bar{\alpha}$  der Oberfläche der Raumsonde bei Einfall von Strahlung, die von einem schwarzen Körper der Temperatur  $T$  ausgeht, sei von der Oberflächentemperatur unabhängig und durch folgende Formel gegeben:

$$\bar{\alpha}(T) = 1 - \left(1 + \frac{T/\text{K}}{6\,000}\right)^{-1}.$$

Werte:  $L = 1,6$  m,  $R = 0,4$  m;  $a = 120 \cdot 10^6$  km,  $r = 701 \cdot 10^3$  km,  $T_R = 7\,000$  K,  $\gamma = 60^\circ$ .

Stefan-Boltzmann Konstante:  $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-4}$ .



- Berechnen Sie den Betrag des Strahlungsflussvektors  $\dot{q}_R$  an der Stelle der Raumsonde (Entfernung  $a$  vom Mittelpunkt des Gestirns).
- Wie groß ist das Gesamtabsorptionsvermögen  $\bar{\alpha}$  der Raumsonde?
- Wie groß ist das Gesamtemissionsvermögen der Raumsonde, falls die Temperatur der Raumsonde 400 K beträgt?
- Berechnen Sie den von der Raumsonde emittierten Wärmestrom  $\dot{Q}_{em}$  bei einer Temperatur von 400 K.
- Welche Temperatur hat die Raumsonde im stationären Zustand? (Genauigkeit  $\pm 5$  K; Falls a) nicht gelöst wurde: Verwenden Sie  $\dot{q}_R = 2\,000 \text{ W m}^{-2}$ .)

a)

An der Oberfläche des Gestirns wird der gesamte Strahlungsstrom  $\dot{Q} = \sigma T^4 \cdot 4r^2\pi$  abgegeben, durch eine Kugel mit dem Radius  $a$  muss der gleiche Strahlungsstrom fließen,  $\dot{Q} = \dot{q}_R \cdot 4a^2\pi$ ,

$$\dot{q}_R = \sigma T^4 \frac{r^2}{a^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 7000^4 \cdot \left( \frac{701}{120000} \right)^2 = 4646 \text{ Wm}^{-2}.$$

b)

$$\bar{\alpha} = 1 - \frac{1}{1 + 7/6} = 0,538.$$

c)

$$\bar{\epsilon} = \bar{\alpha}(T = 400 \text{ K}) = 1 - \frac{1}{1 + 0,4/6} = 0,0625.$$

d)

$$\dot{Q}_{\text{em}} = A\dot{q}_{\text{em}} = A\bar{\epsilon}\sigma T^4,$$

$$A = 4r^2\pi + 2R\pi L = 4 \cdot 0,4^2\pi + 0,8 \cdot 1,6\pi = 6,032 \text{ m}^2.$$

$$\dot{Q} = 6,032 \cdot 0,0625 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 400^4 = 547 \text{ W}.$$

e)

$$0 = \dot{Q}_{\text{abs}} - \dot{Q}_{\text{em}}, \quad \dot{Q}_{\text{abs}} = A_{\text{proj}}\dot{q}_R,$$

$$A_{\text{proj}} = R^2\pi + 2RL \sin \gamma \dots$$