26 Unsymmetrisches, angestelltes, dünnes Profil

Ein dünnes Profil mit der Profilform

$$\begin{aligned} y_o(x) &= 3\,\tau\,x\,(1-x), \qquad 0 \le x \le 1 \\ y_u(x) &= \tau\,x\,(1-x) \end{aligned}$$

mit $\tau \ll 1$ wird unter einem Winkel $\epsilon \ll 1$ mit der Geschwindigkeit $\vec{u}_\infty = (u_\infty, v_\infty) \simeq (u_\infty, \epsilon\, u_\infty)$ angeströmt.

a) Berechnen Sie die Geschwindigkeitsstörungen auf der Profilober- und unterseite. Bem: der Dickeneffekt wurde bis auf einen Faktor bereits in Beispiel 23 berechnet. Übernehmen Sie das Ergebnis der Integration von dort.

b) Berechnen Sie den Druckbeiwert an der Profilober- und unterseite, sowie den Auftriebsbeiwert c_L.

Hinweise:

$$\fint_0^1 \frac{1}{x-\xi} d\xi = \ln\left|\frac{x}{x-1}\right|, \qquad \fint_0^1 \frac{\xi}{x-\xi} d\xi = -1 + x\ln\left|\frac{x}{x-1}\right|$$

$$\int_0^1 \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}} d\xi = \frac{\pi}{2}, \qquad \int_0^1 \sqrt{\frac{\xi}{1-\xi}}\, \xi\, d\xi = \frac{3\pi}{8}$$

$$\fint_0^1 \frac{\sqrt{\xi(1-\xi)}}{\xi - x} d\xi = \frac{\pi}{2}(1-2x), \qquad \fint_0^1 \frac{\sqrt{\xi(1-\xi)}}{\xi - x}\, \xi\, d\xi = \frac{\pi}{8}(1+4x-8x^2)$$

27 Inkompressible Strömung über eine wellige Wand 1

Die Kontur einer in x-Richtung unendlich ausgedehnten welligen Wand ist durch

$$y_d(x) = \tau \sin(2\pi x), \quad \tau \ll 1$$

gegeben. Die Wand wird horizontal mit der Geschwindigkeit $\vec{u}_\infty = (u_\infty, 0)$ angeströmt. Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Singularitätenbelegung

a) das Störpotential und

b) die Geschwindigkeitsstörungen im gesamten Halbraum $y \ge 0$.

Bemerkung: Wir werden dieses Problem später noch einmal auf andere Art lösen.

Anleitung: Um die Integrale auf die unten angegebene Form zu bringen, müssen Sie Folgendes verwenden

- Substitution
- Additionstheoreme für die Winkelfunktionen
- Wenn $f(x)$ eine antisymmetrische Funktion ist, $f(x) = -f(-x)$, dann gilt $\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 0$
- Das Produkt einer symmetrischen Funktion, $g(x) = g(-x)$, mit einer antisymmetrischen Funktion ist eine antisymmetrische Funktion.

Hinweise:

$$\int_0^\infty \frac{x^{\beta-1}\sin(ax-\beta\pi/2)}{\gamma^2+x^2}\,\mathrm{d}x = -\frac{\pi}{2}\gamma^{\beta-2}\mathrm{e}^{-a\gamma}\ , \quad a>0,\ \mathrm{Re}(\gamma)>0,\ 0<\mathrm{Re}(\beta)\le 2,$$

$$\int_0^\infty \frac{x^{\beta}\cos(ax-\beta\pi/2)}{\gamma^2+x^2}\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{2}\gamma^{\beta-1}\mathrm{e}^{-a\gamma}\ , \quad a>0,\ \mathrm{Re}(\gamma)>0,\ |\mathrm{Re}(\beta)|\le 1\ .$$