

Übungen Grundlagen der numerischen Methoden der Strömungs- und Wärmetechnik

Blatt 5 – 8. Mai 2008

Aufgabe 5.1: Untersuchen Sie die Stabilität des Lax-Friedrichs-Verfahrens

$$\phi_j^{n+1} = (\phi_{j+1}^n + \phi_{j-1}^n)/2 - \lambda/2(\phi_{j+1}^n - \phi_{j-1}^n) \quad (5.1)$$

mit $\lambda = u\Delta t/\Delta x$.

Gesucht ist eine Bedingung für den Parameter λ . Aus dieser soll auch eine Beziehung zwischen dem Zeitschritt Δt und der Gitterweite Δx abgeleitet werden, so daß bei gegebenem Gitter die maximal zulässige Größe des Zeitschrittes berechnet werden kann.

[6 Punkte]

Aufgabe 5.2: Wie lautet das Stabilitäts-Kriterium für das Gegenstromdifferenzenverfahren (*upwind*)

$$a_j^{n+1} = a_j^n - \min(c, 0)(a_{j+1}^n - a_j^n) - \max(c, 0)(a_j^n - a_{j-1}^n) \quad (5.2)$$

für die Advektionsgleichung

$$\partial_t a + u\partial_x a = 0, \quad (5.3)$$

[Betrachten Sie am besten die Fälle $u < 0$ und $u > 0$ getrennt und stellen dann daraus eine Bedingung für c auf.]

[4 Punkte]