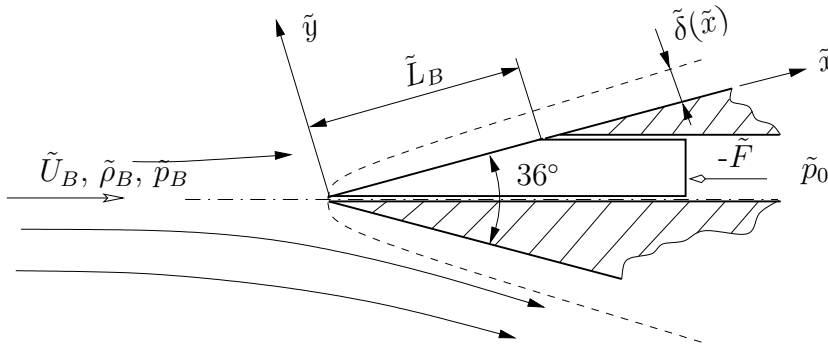


## 4.2 Reibungsbehaftete, ebene Keilumströmung hoher Re-Zahl.

Ein Keil mit dem Keilwinkel von  $36^\circ$  wird parallel zur Symmetrieachse angeströmt. Das unschraffierte, reibungsfrei gelagerte Gleitstück (Bezugslänge  $\tilde{L}_B$ ) wird in der gezeichneten Lage (Haltekraft  $\tilde{F}$ ) gehalten ( $\tilde{\phantom{x}}$  kennzeichnet dimensionsbehaftete Größen).

Man bestimme

1. die Wandgeschwindigkeit  $U_w(x)$  der reibungsfreien Außenströmung,
2. die dimensionsbehaftete Dicke der sich ausbildenden Reibungsgrenzschicht  $\tilde{\delta}(x)$ ,
3. den Reibungsbeiwert  $c'_f(x)$  und den Anteil der Haltekraft  $\tilde{F}_R$ , der sich aufgrund der Wandreibung am Gleitstück (Breite  $\tilde{b}$ ) ergibt (die Bezugsgeschwindigkeit sei  $\tilde{U}_B$ ),
4. den Anteil  $\tilde{F}_p$  der Haltekraft  $\tilde{F}$ , der sich aufgrund der Druckverteilung am Gleitstück ergibt. Auf der Hinterseite des Gleitstückes herrscht der Druck  $\tilde{p}_0$ , an der Keilvorderkante der Staudruck  $\tilde{p}_W(0)$ .



### 4.2.1 Wandgeschwindigkeit $U_w(x)$ der reibungsfreien Anströmung

Die Potentialtheorie liefert das allgemeine Resultat  $\beta = \vartheta/\pi$  (siehe auch unten), wobei  $\vartheta$  den Keilwinkel bezeichnet. Mit  $\vartheta = 36^\circ$  erhalten wir daher

$$\beta\pi = 36^\circ = \frac{2\pi}{10} \quad \rightarrow \quad \beta = \frac{2}{10} = 0,2 \quad \Rightarrow \quad \text{aus Tabelle: } m = \frac{1}{9}$$

$$\Rightarrow \quad U_w(x) = x^{\frac{1}{9}}$$

*Bemerkung:*

Außenströmung mittels Potentialtheorie:

$$F(z) = z^k = r^k (\cos(k\varphi) + i \sin(k\varphi)) \quad \Rightarrow \quad \Phi = r^k \cos(k\varphi), \quad \Psi = r^k \sin(k\varphi)$$

Auf der Keiloberfläche gilt  $\Psi = 0$ .

$$\begin{aligned}\Psi(r, \varphi = \pi - \frac{\pi}{10}) &= r^k \sin(k \frac{9\pi}{10}) = 0 \quad \rightarrow \quad k = \frac{10}{9} \\ \Rightarrow \quad U_W(r) = u(r, 0) &= \frac{\partial \Phi}{\partial r} \Big|_{\varphi=0} = kr^{k-1} \cos(k\varphi) \Big|_{\varphi=0} = kr^{k-1} = \frac{10}{9} r^{\frac{1}{9}} \\ \rightarrow \quad U_W(r) &\sim r^{\frac{1}{9}} \quad \rightarrow \quad m = \frac{1}{9}\end{aligned}$$

### 4.2.2 Grenzschichtdicke

Für die dimensionslose Grenzschichtdicke bedeutet das

$$\delta(x) = \sqrt{\frac{2}{m+1}} x^{\frac{1-m}{2}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 9}{10}} x^{\frac{8}{2 \cdot 9}} = \sqrt{\frac{9}{5}} x^{\frac{4}{9}}$$

Umrechnung auf dimensionsbehaftete Größen

$$\begin{aligned}\tilde{\delta}(x) &= \delta(x) \frac{\tilde{L}_B}{\sqrt{\text{Re}}} = \sqrt{\frac{9}{5}} \frac{\tilde{L}_B}{\sqrt{\text{Re}}} x^{\frac{4}{9}} \\ \text{bzw.} \quad \tilde{\delta}(\tilde{x}) &= \sqrt{\frac{9}{5}} \frac{1}{\sqrt{\text{Re}}} \frac{\tilde{L}_B}{\tilde{L}_B^{\frac{4}{9}}} \tilde{x}^{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{9}{5}} \frac{\tilde{L}_B^{\frac{5}{9}}}{\sqrt{\text{Re}}} \tilde{x}^{\frac{4}{9}}\end{aligned}$$

### 4.2.3 Reibungsbeiwert $c'_f$

Der Reibungsbeiwert  $c'_f$  ergibt sich mit  $f''(0) = 0,6867$  (Tabelle) zu

$$\begin{aligned}c'_f(x) &= \frac{2U_w(x)f''(0)}{\delta(x)\sqrt{\text{Re}}} \\ &= \frac{2 \cdot x^{\frac{1}{9}} \cdot 0,6867 \cdot \sqrt{\frac{5}{9}}}{x^{\frac{4}{9}} \sqrt{\text{Re}}} \\ &= \frac{1,024}{\sqrt{\text{Re}}} x^{-\frac{3}{9}}\end{aligned}$$

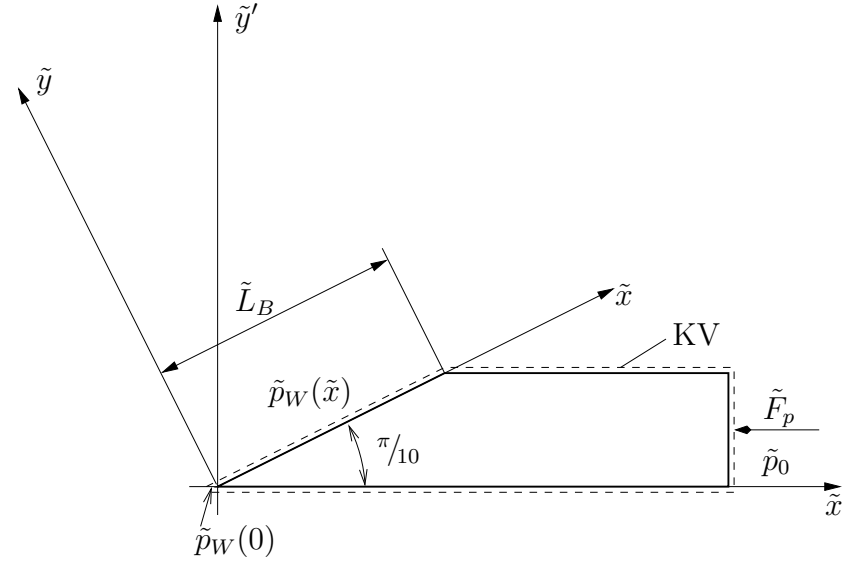
### 4.2.4 Haltekraft $\tilde{F} = -\tilde{F}_R - \tilde{F}_P$

$\tilde{F}_R$  – Anteil der Haltekraft, der sich aufgrund der Wandreibung am Gleitstück ergibt:

$$\begin{aligned}\tilde{F}_{Rx} &= \int_0^{\tilde{L}_B} \tilde{\tau}_w(\tilde{x}) \, d\tilde{x} \, \tilde{b} \\ &= \frac{\tilde{\rho}_B \tilde{U}_B^2 \tilde{b}}{2} \int_0^{\tilde{L}_B} c'_f(x) \, d\tilde{x}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{\tilde{\rho}_B \tilde{U}_B^2 \tilde{b} \tilde{L}_B}{2 \sqrt{\text{Re}}} \underbrace{\int_0^1 x^{-\frac{3}{9}} dx}_{\frac{3}{2} x^{\frac{2}{3}} \Big|_0^1 = \frac{3}{2}} \\
&= \frac{\tilde{\rho}_B \tilde{U}_B^2 \tilde{b} \tilde{L}_B}{2 \sqrt{\text{Re}}} 1,536 \\
\Rightarrow \quad \tilde{F}_R &= \tilde{F}_{Rx} \cos\left(\frac{\pi}{10}\right)
\end{aligned}$$

$\tilde{F}_P$  – Anteil der Haltekraft, der sich aufgrund der Druckverteilung am Gleitstück ergibt:



Druckanteil in  $x'$ -Richtung:

$$\begin{aligned}
-\tilde{F}_P &= \oint_{\partial \text{KV}} \tilde{p} \vec{n} d\tilde{O} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= \left[ \tilde{b} \int_0^{\tilde{L}_B} \tilde{p}_W(\tilde{x}) d\tilde{x} \left( -\sin\left(\frac{\pi}{10}\right) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \cos\left(\frac{\pi}{10}\right) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \right] \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \tilde{b} \tilde{L}_B \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) \tilde{p}_0 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \\
&+ \int_{\text{Spalt oben}} \dots d\tilde{x}' \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \int_{\text{Spalt unten}} \dots d\tilde{x}' \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
&= -\tilde{b} \tilde{L}_B \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) \underbrace{\int_0^1 \left( \tilde{p}_W(0) - \tilde{\rho}_B \frac{\tilde{U}_B^2}{2} x^{\frac{2}{9}} \right) dx}_{\tilde{p}_W(0) - \tilde{\rho}_B \frac{\tilde{U}_B^2}{2} \frac{9}{11}} + \tilde{b} \tilde{L}_B \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) \tilde{p}_0 \\
&= \tilde{b} \tilde{L}_B \sin\left(\frac{\pi}{10}\right) \left[ \tilde{p}_0 + \frac{9}{11} \tilde{\rho}_B \frac{\tilde{U}_B^2}{2} - \tilde{p}_W(0) \right],
\end{aligned}$$

wobei natürlich gilt:

$$\tilde{p}_W(0) = \tilde{p}_B + \tilde{\rho}_B \frac{\tilde{U}_B^2}{2}.$$