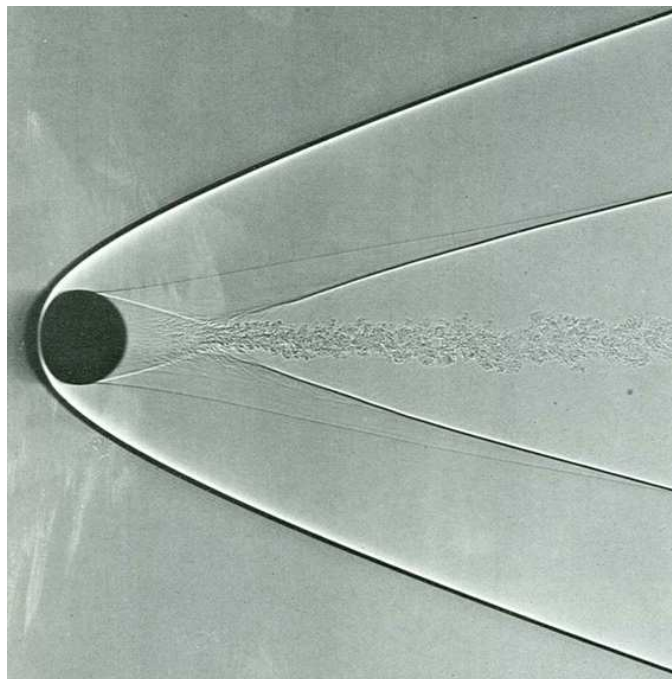


Skriptum zur Vorlesung
TU Wien, LVA-Nr. 322.035

STRÖMUNGSLEHRE



Hendrik C. Kuhlmann und Alfred Kluwick

© 2010

Hendrik C. Kuhlmann und Alfred Kluwick

Institut für Strömungslehre und Wärmeübertragung

Technische Universität Wien

Resselgasse 3

A-1040 Wien

Austria

Version: Wintersemester 2010

Das Frontispiz zeigt die Bewegung einer Kugel in Luft mit $M = 4.01$ nach A. C. Charters ([Van Dyke 1982](#)). Mit Hilfe des Schattenverfahrens kann die 2. Ableitung der Dichte sichtbar gemacht werden. Neben dem Bug-Stoß (*bow shock*) ist ein schwacher Stoß zu sehen, der von der Stelle ausgeht, an der die Strömung von der Kugel separiert. Außerdem kann man eine sogenannte *N*-Welle sehen, ein Stoß, der sich vom turbulenten Nachlauf löst. Die beiden starken Stöße sind als Doppelknall zu hören.

Vorbemerkungen

Die vorliegenden Aufzeichnungen basieren auf dem Skriptum *Strömungslehre* von Professor Alfred Kluwick, der diese Vorlesung bis 2009 gehalten hat. Ziel des Kurses ist die Vermittlung fundamentaler aerodynamischer Zusammenhänge. Ausgehend von den Grundgleichungen werden stationäre inkompressible reibungsfreie und dreihängsfreie Strömungen behandelt, deren Lösungen sich durch Superposition elementarer Lösungen der Potentialgleichung ergeben. Diese Kenntnisse werden genutzt, um die Theorie dünner Tragflügelprofile für ebene inkompressible Strömungen zu entwickeln. Die Betrachtungen werden dann auf Tragflügel endlicher Streckung erweitert. Danach werden Kompressibilitätseffekte betrachtet sowie schiefe Stöße und die Prandtl-Meyer-Expansion. Viskose Effekte werden anhand der Schmierfilmströmung behandelt, wonach die vereinfachten Gleichung auf laminare Grenzschichten erweitert werden. Schließlich wird die Schichtstruktur turbulenter Grenzschichten behandelt.

Die vorliegende Version stellt eine erste überarbeitete Version des Vorläuferskriptums dar. Der Text wurde überarbeitet und viele Abbildungen wurde neu erstellt. An vielen Stellen wurden jedoch noch die ursprünglichen Abbildungen eingebunden. Das Kapitel zur Numerik wurde gänzlich gestrichen, da es mittlerweile entsprechende Vorlesungen gibt, welche die Numerik in größerer Tiefe behandeln.

Die Überarbeitung des Skriptums ist bei weitem noch nicht abgeschlossen. Einige Kapitel wurden textlich auch noch nicht überarbeitet. Außerdem sollen weitere Abbildungen erneuert werden. Für Hinweise und Verbesserungsvorschläge wäre ich dankbar.

H. C. K.
im Februar 2011

Inhaltsverzeichnis

Vorbemerkungen	iii
1. Grundgleichungen	1
1.1. Grundgleichungen für stationäre, reibungslose Strömungen in integraler Form	1
1.2. Luftkräfte	2
1.3. Differentielle Form der Grundgleichungen für stationäre, reibungsfreie Strömungen	3
1.4. Stromfunktion und Geschwindigkeitspotential	6
1.4.1. Stromfunktion	6
1.4.2. Geschwindigkeitspotential	7
1.5. Wirbelsätze für ebene, stationäre Strömungen	10
1.5.1. Croccoscher Wirbelsatz	10
1.5.2. Thomsonscher Wirbelsatz	13
2. Ebene stationäre inkompressible reibungsfreie und drehungsfreie Strömungen	17
2.1. Komplexes Potential	17
2.2. Einfache komplexe Potentiale	19
2.2.1. Lineares Geschwindigkeitspotential $F(z) = Az$	19
2.2.2. Potenz-Potential $F(z) = z^n$	19
2.2.3. Logarithmisches Potential $F(z) = A \ln z$	23
2.3. Superposition von Lösungen	26
2.3.1. Quelle in Parallelströmung	27
2.3.2. Quelle und Senke in Parallelströmung	29
2.3.3. Dipol in Parallelströmung	31
2.3.4. Rotierender Zylinder in Parallelströmung	34
2.4. Methode der Singularitätenbelegung (Profiltheorie)	36
2.4.1. Randbedingungen	37
2.4.2. Dickeneffekt	40
2.4.3. Anstelleffekt	45
2.4.4. Wölbungseffekt	51
2.4.5. Zusammenfassung der Ergebnisse für dünne Profile	53
2.4.6. Beliebige dicke Profile und Körper	54
3. Der Tragflügel endlicher Streckung	57
3.1. Mathematisch-physikalische Grundlagen	57

3.1.1. Helmholtzsche Wirbelsätze	57
3.1.2. Biot-Savart Gesetz	60
3.2. Wirbelsystem eines Tragflügels endlicher, großer Streckung	62
3.3. Prandtlsche Integralgleichung für die Zirkulationsverteilung	64
4. Kompressible Strömungen	69
4.1. Gasdynamische Gleichung für stationäre Strömungen	69
4.2. Linearisierte Gasdynamische Gleichung für stationäre Strömungen	70
4.3. Prandtl-Glauert Transformation	72
4.4. Gültigkeitsbereich der Prandtl-Glauert Transformation	73
4.5. Schwach gestörte Überschallparallelströmung	77
5. Nichtlineare Effekte bei Überschallströmung	87
5.1. Schiefer Verdichtungsstoß	87
5.2. Prandtl-Meyer Expansion	95
5.3. Charakteristikenverfahren	102
5.4. Schwache Stöße	106
5.5. Schlanke Profile (Einfache Wellen)	107
6. Dünne Reibungsschichten	111
6.1. Grundlagen der hydrodynamischen Schmierungstheorie	114
6.1.1. Skalierte Gleichungen	114
6.1.2. Schleichende Strömung	115
6.1.3. Keilspalt	116
6.2. Laminare Grenzschichten	120
6.3. Laminare Grenzschicht an einer ebenen Wand in einer inkompressiblen Strömung	123
6.3.1. Einfluß des Druckgradienten auf das Grenzschichtprofil: Ablösung der Strömung	129
6.4. Impulssatz für inkompressible Grenzschichten	131
6.5. Turbulente Grenzschicht an einer ebenen Wand für inkompressible Strömungen	133
A. Diagramme und Tabellen	141
Literaturverzeichnis	145
Index	147

1. Grundgleichungen

1.1. Grundgleichungen für stationäre, reibungslose Strömungen in integraler Form

Wendet man die Erhaltungssätze der Mechanik für Masse, Impuls und Energie auf ein um einen Körper gelegtes raumfestes *Kontrollvolumen* V an, so ergeben sich für den Fall reibungsloser, stationärer Strömung gewisse Bilanzgleichungen (Abb. 1.1). Wenn im Volumen keine Massequellen vorhanden sind, verschwindet der gesamte Massenstrom durch die Oberfläche S des Volumens und die *Massenbilanz* lautet

$$\oint_S \rho \vec{u} \cdot d\vec{S} = \oint_S \rho \vec{u} \cdot \vec{n} dS = \oint_S \rho u_n dS = 0. \quad (1.1)$$

Hierbei bezeichnen S die geschlossene Oberfläche des raumfesten Kontrollvolumens V , ρ die Dichte des strömenden Mediums und $u_n = \vec{u} \cdot \vec{n}$ die auf den Normalenvektors \vec{n} projizierte der Strömungsgeschwindigkeit \vec{u} an der betreffenden Stelle der Oberfläche. Der Normalenvektor zeigt konventionsgemäß aus dem Kontrollvolumen heraus.

Für die *Impulsbilanz* gilt

$$\oint_S \rho \vec{u} \vec{u} \cdot d\vec{S} = \oint_S \rho \vec{u} u_n dS = - \oint_S p \vec{n} dS + \int_V \rho \vec{g} dV + \vec{F}. \quad (1.2)$$

Der linke Teil der Gleichung beschreibt den Impulsstrom durch S , wobei $\rho \vec{u} \vec{u}$ der Tensor der Impulsstromdichte ist. Auf der rechten Seite stehen Kräfte, die vom ther-

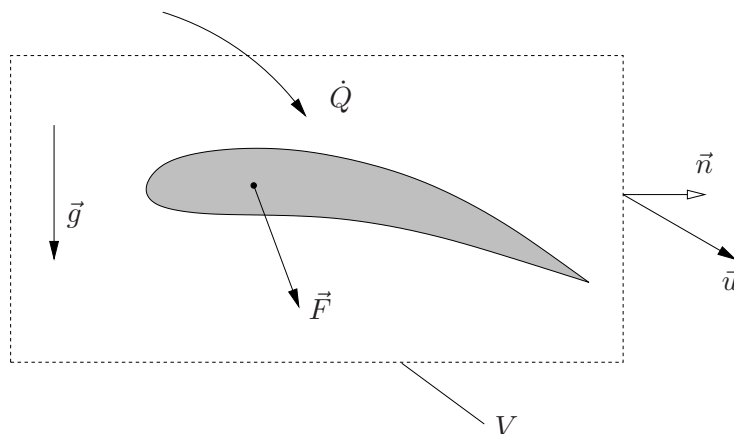


Abbildung 1.1.: Raumfestes Kontrollvolumen V um einen umströmten Körper.

1. Grundgleichungen

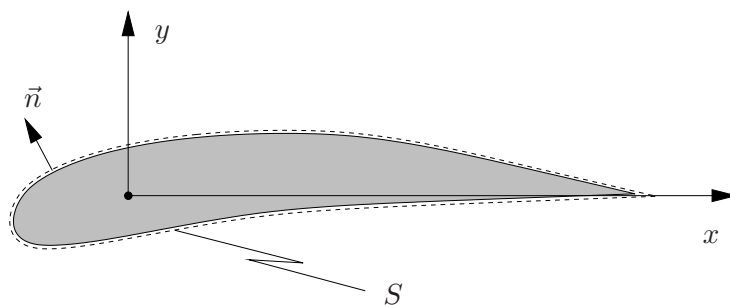


Abbildung 1.2.: Zur Luftkraft um einen umströmten Körper.

mododynamischen Drucks p bewirkt werden sowie die Gewichtskraft (Erdbeschleunigung \vec{g}). \vec{F} ist die auf das strömende Medium wirkende Kraft, auch *Haltekraft* genannt, die von einem Körper in der Strömung vermittelt wird. Dementsprechend ist $\vec{R} = -\vec{F}$ die auf den umströmten Körper ausgeübte *Reaktionskraft*.

Die Bilanz der Gesamtenergie (kinetische und innere) lautet

$$\oint_S \rho u_n \left(\frac{\vec{u}^2}{2} + e \right) dS = - \oint_S p u_n dS + \int_V \rho \vec{g} \cdot \vec{u} dV + L + \dot{Q}. \quad (1.3)$$

Hier bedeuten e die spezifische innere Energie (pro Masse), L die pro Zeiteinheit von der Kraft \vec{F} verrichtete Arbeit und \dot{Q} die pro Zeiteinheit zugeführte Wärme (durch Wärmeleitung, Strahlung oder chemischer Reaktion). Verwendet man die aus der Thermodynamik bekannte Beziehung für die spezifische Enthalpie $h = e + p/\rho$, kann man auch schreiben

$$\oint_S \rho u_n \left(\frac{\vec{u}^2}{2} + h \right) dS = \int_V \rho \vec{g} \cdot \vec{u} dV + L + \dot{Q}. \quad (1.4)$$

1.2. Luftkräfte

Zieht man das Kontrollvolumen so weit zusammen, daß es der Körperkontur selbst entspricht (Abb. 1.2), so reduziert sich die Impulsbilanz (1.2) auf die Beziehung für die auf den Körper wirkende Kraft ($u_n = 0$ auf der Körperoberfläche, ohne die Gewichtskraft)

$$\vec{R} = - \oint_S p \vec{n} dS = - \oint_S (p - p_\infty) \vec{n} dS. \quad (1.5)$$

Die Erweiterung um den (konstanten) Umgebungsdruck p_∞ in der ungestörten Außenströmung liefert keinen Nettobeitrag zur Kraft, da das entsprechende Integral über die geschlossene Oberfläche S verschwindet.

Häufig wird die *Druckstörung* $p - p_\infty$ an der Oberfläche des Körpers in der Form einer dimensionslosen Kenngröße dargestellt. Der *Druckbeiwert* (Druckkoeffizient) c_p wird definiert als

$$c_p = \frac{p - p_\infty}{\rho_\infty u_\infty^2 / 2}. \quad (1.6)$$

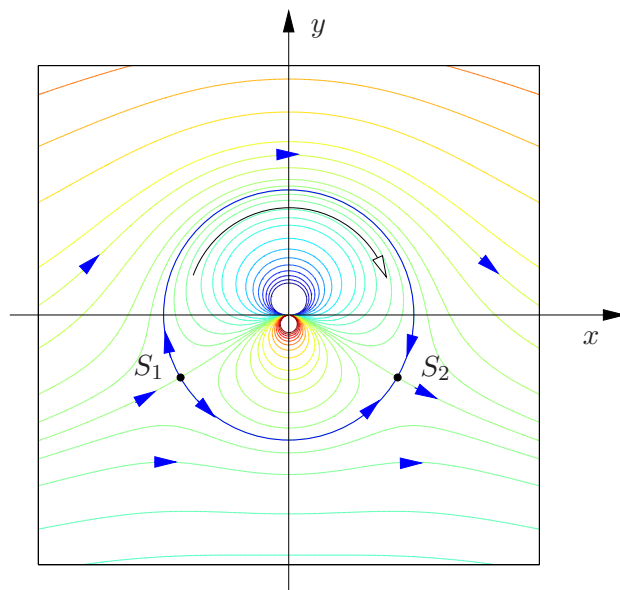


Abbildung 2.14.: Zylinderumströmung mit Zirkulation für $0 > \Gamma = \Gamma_c/2 > \Gamma_c = -4\pi u_\infty R$.

kritischen Wert

$$\Gamma_c = -4\pi u_\infty R \quad (2.75)$$

die beiden Wurzeln von (2.74) (die beiden Staupunkte) bei $\varphi_S = 3\pi/2$ zusammen. Für noch stärker negative Werte von Γ gibt es auf dem Kreis keinen Staupunkt mehr. Dieser bildet sich vielmehr in der freien Strömung aus. Die beiden Situationen sind in Abb. 2.15 illustriert.

Aus der azimuthalen Geschwindigkeit (2.73) erhalten wir wie in (2.69) den Druckbeiwert

$$c_p(\varphi) = 1 - \frac{V^2(\varphi)}{u_\infty^2} = 1 - 4 \sin^2 \varphi + \frac{2\Gamma}{\pi u_\infty R} \sin \varphi - \frac{\Gamma^2}{4\pi^2 u_\infty^2 R^2}. \quad (2.76)$$

Für den Widerstandsbeiwert erhält man dann aus (1.8b) unter Berücksichtigung des nach außen gerichteten Normalenvektors $\vec{n} = (\cos \varphi, \sin \varphi)^T$

$$\begin{aligned} c_D &= -\frac{1}{2R} \int_0^{2\pi} c_p n_x R d\varphi \\ &= -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left[1 - 4 \sin^2 \varphi + \frac{2\Gamma \sin \varphi}{\pi u_\infty R} - \left(\frac{\Gamma}{2\pi u_\infty R} \right)^2 \right] \cos \varphi d\varphi = 0, \end{aligned} \quad (2.77)$$

in Übereinstimmung mit dem D'Alembertschen Paradoxon. Für den Auftriebsbeiwert gilt nach (1.8a) und mit $n_y = \sin \varphi$

$$c_L = -\frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \left[1 - 4 \sin^2 \varphi + \frac{2\Gamma \sin \varphi}{\pi u_\infty R} - \left(\frac{\Gamma}{2\pi u_\infty R} \right)^2 \right] \sin \varphi d\varphi. \quad (2.78)$$

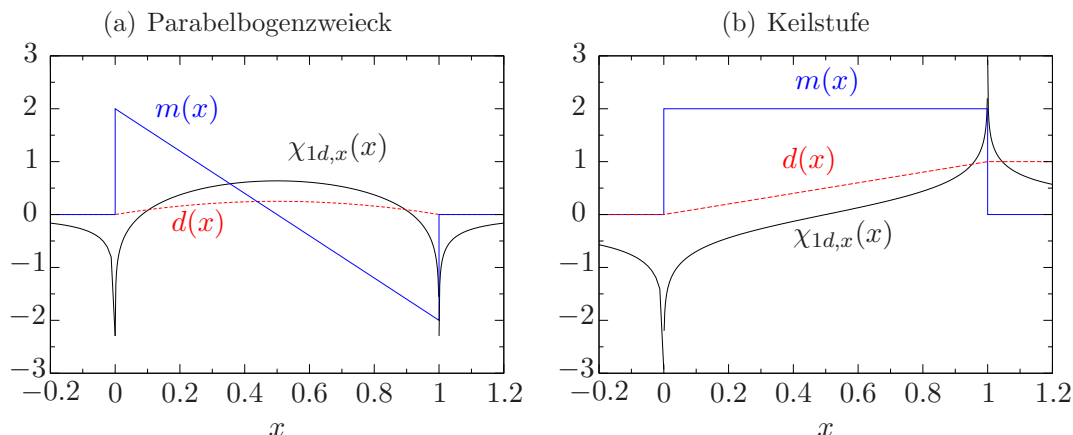


Abbildung 2.19.: Umströmung schlanker Körper am Beispiel eines Parabelbogenzweiecks (a) und einer Keilstufe (b). Gezeigt sind das Dickenprofil $d(x)$ rot gestrichelt, die Belegungsfunktion $m(x)$ blau und die x -Komponente der Störgeschwindigkeit $\chi_{1d,x}(x)$ (schwarz). Beachte für (a) die Stammfunktion $\int \xi/(x - \xi) d\xi = -\xi - x \ln(x - \xi)$.

Schließlich können wir noch die Druckverteilung aus der Bernoulligleichung berechnen. Wie in (2.69) erhält man für den Druckbeiwert

$$\begin{aligned} c_p &= 1 - \frac{\bar{u}^2}{u_\infty^2} = 1 - \frac{u^2 + v^2}{u_\infty^2} = 1 - \frac{(u_\infty + u_\infty \chi_x)^2 + (u_\infty \chi_y)^2}{u_\infty^2} \\ &= 1 - 1 - 2\chi_x - \chi_x^2 - \chi_y^2. \end{aligned}$$

In erster Näherung gilt daher ($\chi = \tau\chi_1 + \varepsilon\chi_2$ mit $\tau, \varepsilon \ll 1$)

$$c_p = -2\chi_x + O(\tau^2, \varepsilon^2, \tau\varepsilon) = -2\frac{u - u_\infty}{u_\infty} + O(\tau^2, \varepsilon^2, \tau\varepsilon). \quad (2.117)$$

Der Druckbeiwert ist demnach proportional zur Geschwindigkeitsstörung $\chi_x(x, 0^\pm)$.

2.4.3. Anstelleffekt

Die Strömung um eine Platte verschwindender Dicke kann durch eine Quellverteilung nicht erzeugt werden. Auf die Platte wirkt aber eine Auftriebskraft und diese ist nach dem Satz von Kutta-Joukowski (2.80) mit einer Zirkulation Γ verbunden. Daher werden wir den Anstelleffekt mit Hilfe einer Wirbelverteilung beschreiben.

Dazu betrachten wir einen einzelnen Punktwirbel bei $(x, y) = (\xi, 0)$ mit der Wirbelstärke $d\Gamma$. Der Beitrag $d\chi_2$ zu χ_2 ist dann nach (2.35)

$$d\chi_2 = \frac{d\Gamma}{2\pi} \arctan \frac{y}{x - \xi}. \quad (2.118)$$

Wir wollen nun Punktwirbel kontinuierlich auf der x -Achse in dem Intervall $[0, 1]$ verteilen. Die Wirbelstärkenverteilung wird zweckmäßigerweise durch eine Be-

5. Nichtlineare Effekte bei Überschallströmung

5.1. Schiefer Verdichtungsstoß

Wie wir im letzten Kapitel gesehen haben, ist die Neigung der Machlinien im Fall schwach gestörter Parallelströmung nur von der Anströmmachzahl abhängig, sie wird von der Profilform selbst nicht beeinflusst (lineare Theorie). Wird die Überschallströmung jedoch einer merklichen Umlenkung um den Strömungswinkel ϑ durch eine konkave Ecke unterzogen, bildet sich von der Ecke her ein schiefer Verdichtungsstoß unter dem Stoßwinkel γ im Strömungsfeld aus, hinter dem die Machlinien unter einem Winkel $\hat{\alpha} \neq \alpha$ geneigt sind (Abb. 5.1).

Um die Feldgrößen vor und nach dem schiefen Verdichtungsstoß miteinander in Beziehung setzen zu können, benutzen wir die Eigenschaft, daß die Tangentialkomponente der Strömungsgeschwindigkeit über den Stoß hinweg stetig ist, das heißt daß $u_t = \hat{u}_t$ ist. Demnach kann man sich einen schiefen Verdichtungsstoß dadurch zustande gekommen vorstellen, daß man einen senkrechten Stoß von einem Koor-

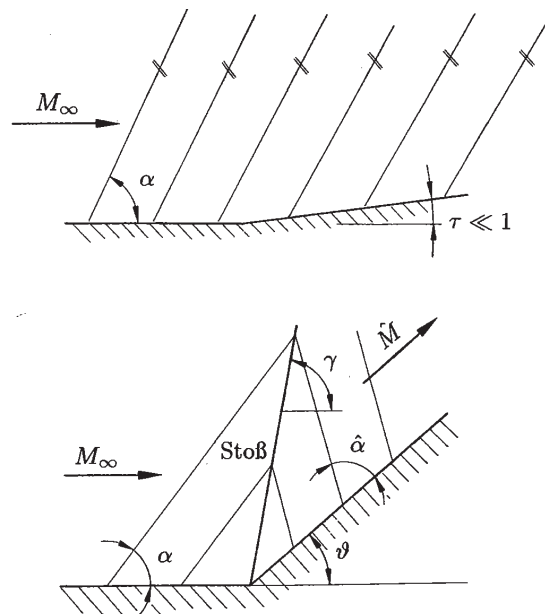


Abbildung 5.1.: Machlinien und schiefer Verdichtungsstoß im Rahmen der linearen Theorie (kleine Störung, oben) und der nichtlinearen Theorie (große Störung, unten).

5. Nichtlineare Effekte bei Überschallströmung

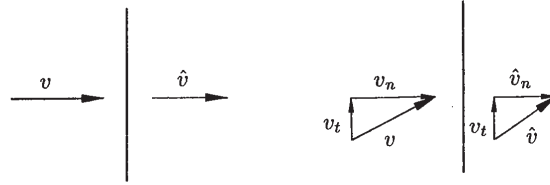


Abbildung 5.2.: Zerlegung der Anströmung in Komponenten normal und senkrecht zur Stoßebene.

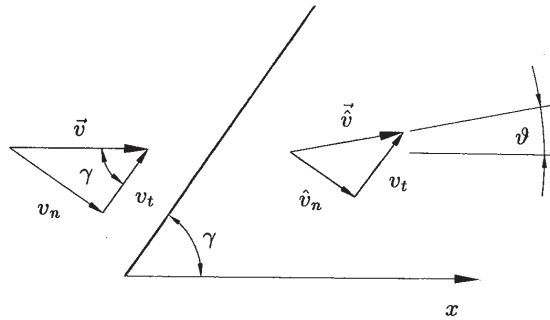


Abbildung 5.3.: Strömungsumlenkung hinter einem schiefen Verdichtungsstoß.

in einem Koordinatensystem betrachtet, das sich gegenüber dem ursprünglichen mit u_t in der Stoßebene bewegt (Galileitransformation der Stoßbeziehungen für den senkrechten Verdichtungsstoß). Folglich können die entsprechenden Ergebnisse für den senkrechten Verdichtungsstoß aus der Grundlagen-Vorlesung hier sofort verwendet werden, wenn man berücksichtigt, daß diese im Fall des schiefen Stoßes für die Normalkomponente der Strömungsgeschwindigkeit gelten (Abb. 5.2 und 5.3). Die Normalkomponente berechnet sich über den Stoßwinkel aus

$$\frac{v_n}{c} = \frac{v}{c} \sin \gamma = M \sin \gamma, \quad (5.1)$$

es ist daher in den Gleichungen für den senkrechten Stoß die Machzahl M durch $M \sin \gamma$ zu ersetzen, um die für den schiefen Verdichtungsstoß gültigen Gleichungen (für ideale Gase) zu erhalten

$$\frac{\rho}{\hat{\rho}} = \frac{\hat{v}_n}{v_n} = 1 - \frac{2}{\kappa + 1} \left(1 - \frac{1}{M^2 \sin^2 \gamma} \right), \quad (5.2a)$$

$$\frac{\hat{p}}{p} = 1 + \frac{2\kappa}{\kappa + 1} (M^2 \sin^2 \gamma - 1), \quad (5.2b)$$

$$\frac{\hat{T}}{T} = \frac{\hat{c}^2}{c^2} = \frac{1}{M^2 \sin^2 \gamma} \left[1 + \frac{2\kappa}{\kappa + 1} (M^2 \sin^2 \gamma - 1) \right] \left[1 + \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} (M^2 \sin^2 \gamma - 1) \right], \quad (5.2c)$$

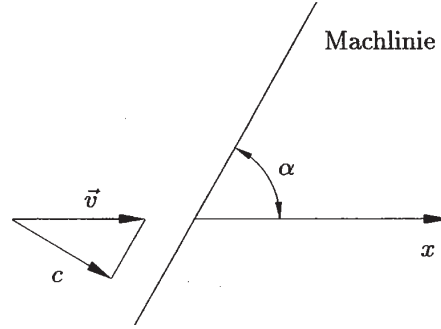


Abbildung 5.4.: Beim infinitesimal schwachen Stoß fällt der Stoß mit einer Machlinie zusammen.

$$\frac{\hat{p}_0}{p_0} = \frac{\hat{\rho}_0}{\rho_0} = \left[1 + \frac{2\kappa}{\kappa + 1} (M^2 \sin^2 \gamma - 1) \right]^{-\frac{1}{\kappa-1}} \left[1 - \frac{2}{\kappa + 1} \left(1 - \frac{1}{M^2 \sin^2 \gamma} \right) \right]^{-\frac{\kappa}{\kappa-1}}, \quad (5.2d)$$

$$\frac{\hat{s} - s}{c_v} = \ln \frac{\hat{p}}{p} + \kappa \ln \frac{\hat{\rho}}{\rho}. \quad (5.2e)$$

Ein senkrechter Stoß kann nur in einer Überschallströmung existieren, auf den schiefen Stoß übertragen bedeutet dies

$$M \sin \gamma > 1, \quad (5.3)$$

was den Wertebereich des Stoßwinkels

$$\arcsin \frac{1}{M} < \gamma < \frac{\pi}{2} \quad (5.4)$$

festlegt. Die untere Grenze ergibt mit (5.2a) einen Stoß verschwindender Stärke, er geht in eine Machlinie mit $\gamma = \alpha$ über (Abb. 5.4), während die obere Grenze den Stoß mit dem größtmöglichen Druckanstieg darstellt, das ist der senkrechte Verdichtungsstoß.

Benutzt man die erste Beziehung von (5.2a) und den Energiesatz, erhält man

$$v_n \hat{v}_n = v_n^2 \frac{\hat{v}_n}{v_n} = \frac{v_n^2}{M^2 \sin^2 \gamma} \left(\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} M^2 \sin^2 \gamma + \frac{2}{\kappa + 1} \right) = \quad (5.5)$$

$$\frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} v_n^2 + \frac{2}{\kappa + 1} c^2 + \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} u_t^2 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} u_t^2 = c^{*2} - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} u_t^2, \quad (5.6)$$

also

$$v_n \hat{v}_n + \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} u_t^2 = c^{*2}, \quad (5.7)$$

dies stellt eine Verallgemeinerung der Prandtl-Relation, dar ($v\hat{v} = c^{*2}$ für den senkrechten Verdichtungsstoß).

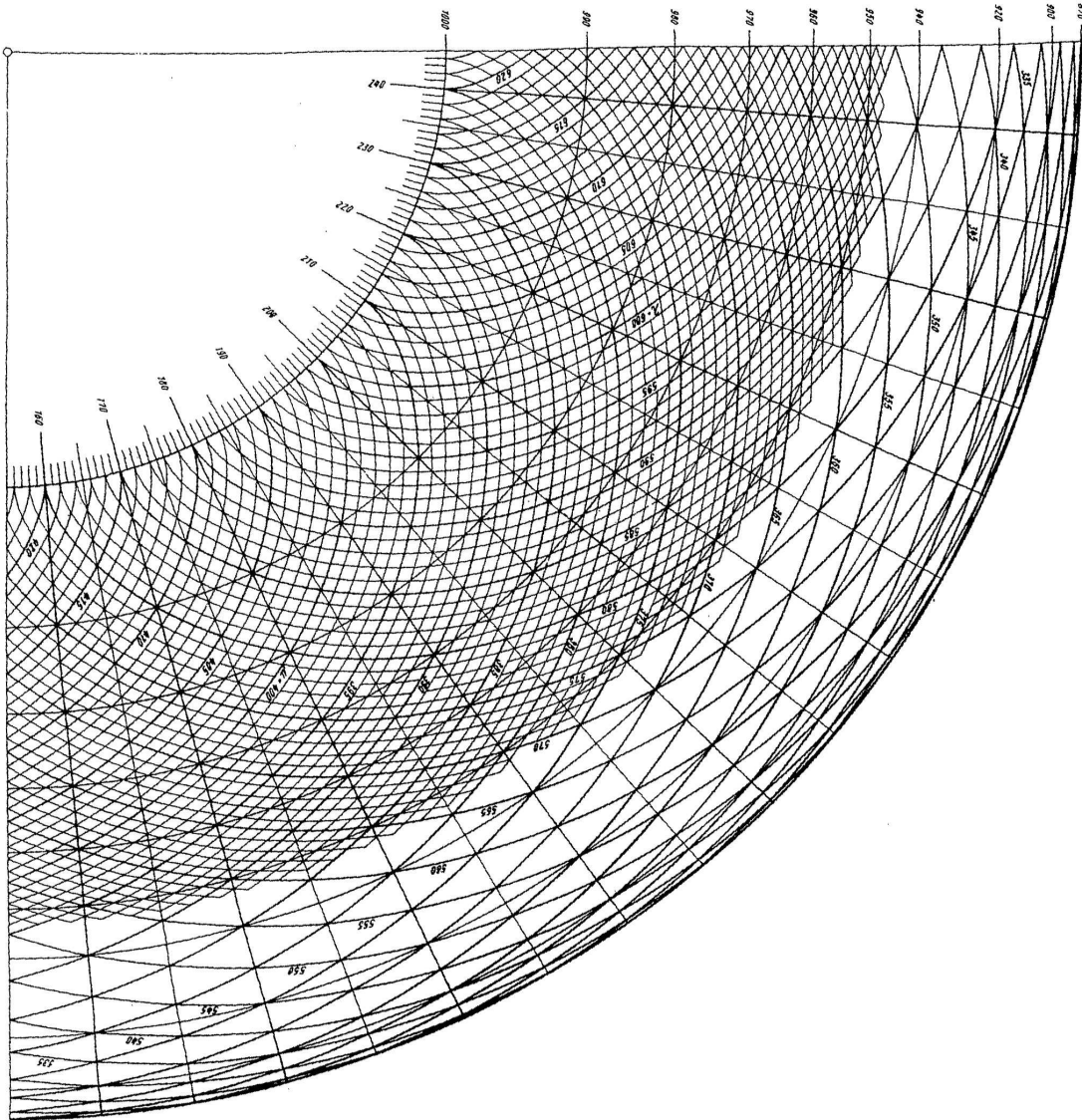


Abbildung A.3.: Charakteristikendiagramm für Luft ($\gamma = 1.4$) (aus [Oswatitsch 1976](#)).

A. Diagramme und Tabellen

Ch	θ	M	M*	α	$\frac{p}{p_0}$	$\frac{\rho}{\rho_0}$	$\frac{T}{T_0}$	$\frac{eW}{e^*c^*}$
1000	0	1,000	1,000	90°	0,5283	0,6339	0,8333	1,0000
999	1	1,082	1,087	67°33'	0,4789	0,5910	0,8103	0,9947
998	2	1,133	1,107	61°58'	0,4496	0,5649	0,7957	0,9864
997	3	1,177	1,141	58°10'	0,4249	0,5426	0,7830	0,9766
996	4	1,218	1,171	55°11'	0,4028	0,5223	0,7712	0,9654
995	5	1,258	1,200	52°48'	0,3830	0,5038	0,7602	0,9534
994	6	1,293	1,227	50°40'	0,3644	0,4862	0,7494	0,9404
993	7	1,330	1,252	48°45'	0,3464	0,4690	0,7389	0,9263
992	8	1,365	1,276	47° 6'	0,3300	0,4530	0,7285	0,9120
991	9	1,400	1,300	45°35'	0,3142	0,4374	0,7184	0,8970
990	10	1,435	1,323	44°11'	0,2990	0,4222	0,7083	0,8811
989	11	1,469	1,345	42°54'	0,2847	0,4077	0,6986	0,8651
988	12	1,502	1,366	41°45'	0,2711	0,3937	0,6888	0,8487
987	13	1,537	1,387	40°35'	0,2580	0,3800	0,6792	0,8318
986	14	1,570	1,409	39°34'	0,2456	0,3669	0,6696	0,8148
985	15	1,604	1,429	38°34'	0,2337	0,3541	0,6601	0,7975
984	16	1,638	1,448	37°37'	0,2221	0,3415	0,6506	0,7797
983	17	1,673	1,467	36°42'	0,2111	0,3294	0,6412	0,7621
982	18	1,707	1,486	35°52'	0,2006	0,3175	0,6319	0,7441
981	19	1,741	1,505	35° 3'	0,1905	0,3060	0,6226	0,7262
980	20	1,775	1,523	34°17'	0,1808	0,2948	0,6134	0,7081
979	21	1,809	1,541	33°34'	0,1715	0,2839	0,6043	0,6899
978	22	1,844	1,559	32°50'	0,1627	0,2733	0,5951	0,6718
977	23	1,879	1,576	32° 9'	0,1540	0,2629	0,5860	0,6536
976	24	1,915	1,593	31°29'	0,1459	0,2529	0,5769	0,6355
975	25	1,950	1,610	30°51'	0,1380	0,2430	0,5679	0,6174
974	26	1,986	1,627	30°14'	0,1306	0,2335	0,5590	0,5995
973	27	2,023	1,643	29°37'	0,1234	0,2243	0,5499	0,5815
972	28	2,060	1,659	29° 2'	0,1166	0,2153	0,5411	0,5637
971	29	2,096	1,675	28°30'	0,1099	0,2066	0,5322	0,5461
970	30	2,134	1,691	27°57'	0,1037	0,1982	0,5233	0,5286
969	31	2,172	1,706	27°25'	0,09770	0,1899	0,5146	0,5113
968	32	2,211	1,722	26°53'	0,09200	0,1819	0,5058	0,4942
967	33	2,249	1,738	26°24'	0,08656	0,1741	0,4971	0,4773
966	34	2,289	1,753	25°54'	0,08137	0,1666	0,4884	0,4607
965	35	2,329	1,767	25°26'	0,07644	0,1593	0,4798	0,4442
964	36	2,369	1,782	24°58'	0,07174	0,1522	0,4711	0,4280
963	37	2,411	1,796	24°30'	0,06726	0,1454	0,4626	0,4121
962	38	2,453	1,810	24° 4'	0,06301	0,1389	0,4540	0,3964
961	39	2,495	1,824	23°38'	0,05898	0,1325	0,4455	0,3811
960	40	2,538	1,838	23°12'	0,05517	0,1263	0,4370	0,3660
959	41	2,581	1,852	22°47'	0,05153	0,1203	0,4286	0,3513
958	42	2,626	1,865	22°23'	0,04811	0,1145	0,4203	0,3368
957	43	2,671	1,878	21°59'	0,04488	0,1089	0,4121	0,3222
956	44	2,718	1,891	21°35'	0,04181	0,1035	0,4038	0,3090
955	45	2,764	1,904	21°13'	0,03890	0,09835	0,3955	0,2955
954	46	2,812	1,917	20°50'	0,03616	0,09336	0,3873	0,2824
953	47	2,861	1,931	20°27'	0,03357	0,08853	0,3792	0,2695
952	48	2,911	1,943	20° 5'	0,03114	0,08391	0,3712	0,2571
951	49	2,961	1,955	19°44'	0,02886	0,07946	0,3632	0,2451
950	50	3,013	1,967	19°23'	0,02670	0,07518	0,3552	0,2333
949	51	3,066	1,979	19° 2'	0,02467	0,07106	0,3472	0,2218
948	52	3,119	1,991	18°42'	0,02277	0,06711	0,3394	0,2108
947	53	3,174	2,003	18°22'	0,02101	0,06334	0,3317	0,2001
946	54	3,230	2,014	18° 2'	0,01935	0,05973	0,3240	0,1898
945	55	3,287	2,025	17°43'	0,01781	0,05628	0,3163	0,1798
944	60	3,594	2,080	16° 9'	0,01148	0,04114	0,2790	0,1349
935	65	3,941	2,131	14°42'	0,007131	0,02926	0,2435	0,09835
930	70	4,339	2,177	13°20'	0,004233	0,02017	0,2098	0,06929
925	75	4,802	2,221	12° 1'	0,002391	0,01341	0,1782	0,04697
920	80	5,348	2,260	10°47'	0,001271	0,008541	0,1488	0,03045
915	85	6,007	2,296	9°35'	0,0006291	0,005169	0,1217	0,01863
910	90	6,820	2,328	8°26'	0,0002849	0,002935	0,09706	0,01078
905	95	7,852	2,356	7°19'	0,0001156	0,001541	0,07505	0,005732
900	100	9,210	2,380	6°14'	0,00004069	0,0007310	0,05566	0,002745
895	105	11,095	2,401	5°10'	0,00001175	0,0003010	0,03903	0,001140
890	110	13,87	2,4183	4° 8'	0,000002587	0,0001021	0,02533	0,0003896
885	115	18,435	2,4317	3° 6'	0,0000003670	0,00002531	0,01450	0,00009710
880	120	27,35	2,4413	2° 6'	0,00000002385	0,000003593	0,006640	0,00001384
875	125	52,48	2,4473	1° 6'	0,000000002746	0,0000001481	0,001812	0,0000005397
869,55	130,45	∞	2,4495	0°	0	0	0	0

Abbildung A.4.: Tabelle zum Charakteristikengramm für Luft ($\kappa = 1.4$) (aus Oswatitsch 1976).

Literaturverzeichnis

- Blasius, P. R. H. (1908), 'Boundary layers in fluids with little friction', *Z. Math. Phys.* **56**, 1–37. [125](#)
- Cameron, A. (1976), *Basic lubrication theory*, J. Wiley, Chichester, New York. [119](#), [120](#)
- Durst, F. (2006), *Grundlagen der Strömungsmechanik*, Springer, Berlin, Heidelberg. [12](#)
- Gersten, K. & Herwig, H. (1992), *Strömungsmechanik*, Vieweg, Braunschweig. [130](#), [138](#)
- Klein, F. (1910), 'Über die Bildung von Wirbeln in reibungslosen Flüssigkeiten', *Z. Math. Phys.* **59**, 259–262. [58](#)
- Landau, L. D. & Lifschitz, E. M. (1991), *Hydrodynamik*, Vol. VI of *Lehrbuch der Theoretischen Physik*, Akademie Verlag. [126](#)
- Liepmann, H. & Roshko, A. (1957), *Elements of gasdynamics*, Galcit Aeronautical Series, J. Wiley, New York. [142](#)
- Oswatitsch, K. (1976), *Grundlagen der Gasdynamik*, Springer, Wien, New York. [141](#), [143](#), [144](#)
- Saffman, P. G. (1992), *Vortex Dynamics*, Cambridge University Press. [60](#)
- Schlichting, H. & Gersten, K. (1997), *Grenzschicht-Theorie*, Springer, Berlin, Heidelberg. [138](#), [139](#)
- Schlichting, H. & Truckenbrodt, E. (1967), *Aerodynamik des Flugzeugs*, Springer, Berlin, Heidelberg. [68](#)
- Schneider, W. (1978), *Mathematische Methoden der Strömungsmechanik*, Vieweg Verlag, Braunschweig. [55](#)
- Taneda, S. (1955), *Rep. Res. Inst. Appl. Mech. Kyushu Univ.* **4**, 29–40. [132](#)
- Taneda, S. (1956), *J. Phys. Soc. Jpn.* **11**, 302–307. [132](#)
- Van Dyke, M. (1982), *An Album of Fluid Motion*, Parabolic Press, Stanford, California. [ii](#), [132](#)

Literaturverzeichnis

- von Kármán, T. (1921), 'Über laminare und turbulente Reibung', *Z. Angew. Math. Mech.* **1**, 233–252. [133](#)
- Werlé, H. & Gallon, M. (1972), 'Controlé d'écoulements par jet transversal', *Aéronaut. Astronaut.* **34**, 21–33. [132](#)
- Wieghardt, K. (1965), *Theoretische Stromungslehre*, Teubner, Stuttgart. [60](#)

Index

- δ -Funktion
 - Diracsche, 42
- Ähnlichkeitsansatz, 125
- Ähnlichkeitsgesetz
 - schallnahes, 75
- Ähnlichkeitsparameter
 - schallnaher, 74
- Ähnlichkeitsvariablen, 124
- Ablösepunkt, 131
- Ablösung, 130
- Ackeretsche Formel, 81
- Anfahrwirbel, 63
- Anstellwinkel, 37, 50
 - effektiver, 64
 - geometrischer, 64
 - induzierter, 64
- Anströmmachzahl
 - untere kritische, 75
- Auftriebsbeiwert, 3, 35, 50
- Auftriebsbeiwert, örtlicher, 64
- Belegungsfunktion, 41
- Bewegungsgleichungen, 4
- Biot-Savart-Gesetz, 60
- Blasius-Gleichung, 125
- Blasius-Profil, 126
- D'Alembertsches Paradoxon, 33
- Differentialgleichungen
 - Cauchy-Riemannsches, 17, 18
- Dipol, 31
- Dipolmoment, 31
- Dipolströmung, 31
- Divergenzform, 4
- Drehung, 8
- Drehungsfreiheit, 8
- Druckbeiwert, 2, 71
- Druckpunkt, 50
- Druckpunktwanderung, 84
- Druckwiderstand, 131
- Ecke
 - Umströmung einer, 21
- Einflußgebiet, 77
- Energie
 - spezifische innere, 2
- Energiebilanz
 - differentielle, 6
- Energiesatz, 113
- Entropiedefinition, 6
- Eulergleichung
 - stationäre, 5
- Expansionsfächer, 95
- Falkner-Skan-Gleichung, 129
- Flügelpolare, 68
- Flügelstreckung, 67
- Flügeltiefe, 66
- Fluidelement
 - substantielles, 5
- Formparameter, 133
- Formwiderstand, 131
- Funktion
 - analytische, 18
- gasdynamische Gleichung
 - linearisierte, 71
- Geschwindigkeitsdefizit, 126
- Geschwindigkeitspotential, 9
 - komplexes, 19
- Gleichung
 - gasdynamische, 70
- Grenzschicht, 121

Index

- Grenzschichtdicke, 122, 124, 125
- Grenzschichten
 - Impulssatz für, 133
- Grenzschichtgleichungen, 122
- Grenzschichtströmung, 126

- Haltekraft, 2
- Hauptwert
 - Cauchyscher, 43
- Helmholtzscher Wirbelsatz
 - erster, 58
 - zweiter, 59
- Hodographenebene, 90, 100

- Impulsbilanz, 1
- Impulsverlustdicke, 133
- Integralgleichung
 - Betzsche, 46
- isentrop, 6
- Isentropentabelle, 91
- Isentropiebeziehung, 69

- Körperstromlinien, 28
- Kontinuitätsgleichung, 4
- Kontrollvolumen, 1
- Kutta-Joukowski
 - Satz von, 36, 50
- Kutta-Joukowski-Bedingung, 48, 56

- Laplace-Gleichung, 27

- Machlinie, 78
- Machreflexion, 94
- Machwinkel, 78
- Machzahl, 71
- Massenbilanz, 1
- Mittelpunktsregel, 55
- Momentenbeiwert, 50

- Nasensog, 51
- Newtonsches Fluid, 112

- Panel-Methode, 55
- Paradoxon
 - D'Alembertsches, 35, 51
- Pfriemsche Regel, 107

- Platte
 - angestellte, 22
- Potentialfunktion, 7
- Potentialwirbel, 25
- Prandtl-Faktor, 72
- Prandtl-Glauert-Transformation, 73
- Prandtl-Meyer-Fächer, 95
- Prandtl-Relation
 - verallgemeinerte, 89
- Prandtlsche Integralgleichung, 66
- Punktwirbel, 26

- Quellenströmung, 24
- Quellpunkt, 24
- Quellstärke, 24

- Reaktionskraft, 2
- Reibungsbeiwert, lokaler, 128
- Reibungswiderstand, 131
- Reynoldsgleichung, 116
- Reynoldszahl, 120
 - lokale, 128
 - reduzierte, 115
- Richtungsbedingung, 104

- Satz
 - Gaußscher, 3
 - Stokessche, 13
 - Thomsonscher, 15
- Schallgeschwindigkeit, 69
- Schallkreis, 90
- Schubspannungsgeschwindigkeit, 135
- Senkenströmung, 24
- Separationslinie, 21
- Sommerfeldzahl, 119
- spezifische Enthalpie, 2
- Störpotential, 37
- Staupunkt, 20, 21
- Stoß
 - Bug-, ii
- Stoßpolare, 90
- Strömung
 - isoenergetische, 11
 - schleichende, 115
- Stromfunktion, 6, 124

- Stromlinie, 7
- Summenkonvention
 - Einsteinsche, 4
- Superpositionsprinzip, 27
- Tragflügeltheorie
 - Hauptaufgaben der, 66
- Tragflügelverwindung, 66
- Transformation
 - affine, 72
- Trennstromlinie, 21
- Vektorpotential, 60
- Verdrängung, 131
- Verdrängungsdicke, 126, 127
- Verträglichkeitsbedingung, 104
- Verzweigungspunkt, 28
- Viskosität
 - dynamische, 112
 - kinematische, 120
- Volumenstrom, 24
- Vortizität, 8, 57
- Wärmeleitung
 - Fouriersche, 113
- Wandgesetz
 - logarithmisches, 136
- Wandschicht, 135
- Wandschubspannung, 128
- Wellengleichung
 - D'Alembertsche Lösung der, 80
- Widerstand
 - induzierter, 65
- Widerstandsbeiwert, 3, 35, 128
- Wirbel
 - gebundener, 63
- Wirbelfaden, 57
- Wirbellinie, 57
- Wirbelröhre, 57
- Wirbelsatz
 - von Crocco, 11
- Wirbelschicht, 57, 63
- Zeitableitung
 - substantielle, 5
- Zirkulation, 13
- Zirkulationsverteilung
 - elliptische, 66
- Zirkulationstheorem
 - von Kelvin, 15