

8.2 Heizölleitung.

Durch eine gerade, horizontale Rohrleitung fließt der Volumenstrom \dot{V} an Heizöl. Der reibungsbedingte Druckabfall Δp wird durch eine Ölpumpe ausgeglichen. Die Rohrleitung hat die Länge l , den Durchmesser d_0 und die relative Rauigkeit k/d_0 . Für die Werte $d_0 = 100\text{mm}$, $k/d_0 = 2 \cdot 10^{-3}$, $l = 750\text{m}$, $\dot{V} = 108 \frac{\text{m}^3}{\text{h}}$, $\nu = 8 \cdot 10^{-6} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$ und $\rho = 860 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ berechne man:

1. den Druckabfall Δp in der Rohrleitung,
2. die Antriebsleistung P , die der Pumpe zugeführt werden muß, wenn ihr Wirkungsgrad $\eta_P = 0.7$ beträgt.
3. den Durchmesser d_1 , auf den unter sonst gleichen Verhältnissen die Leitung erweitert werden müßte, wollte man mit der halben Antriebsleistung auskommen.

8.2.1 Druckabfall Δp in der Rohrleitung

Bernoulligleichung ①-②:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{u_1^2}{2} + gh = \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_2^2}{2} + gh + \frac{1}{\rho} \sum \Delta p_v$$

$$\text{Rohrwiderstand: } \Delta p_v = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho u^2}{2}$$

$$\text{andere Verluste: } \Delta p_v = \zeta \frac{\rho u^2}{2}$$

Massenbilanz ①-②:

$$\dot{m} = \rho u A = \text{const} \quad \rightarrow \quad \dot{V} = u A = \text{const}$$

$$\rightarrow \quad \rho U_1 A_1 = \rho U_2 A_2 \quad \Rightarrow \quad u_1 = u_2 = u_m$$

$$\dot{V} = A u_m = \frac{d_0^2 \pi}{4} u_m \quad \Rightarrow \quad u_m = \frac{4 \dot{V}}{d_0^2 \pi}$$

$$u_m = \frac{4 \cdot 108}{0.1^2 \pi} = 13751 \frac{\text{m}}{\text{h}} = 3.82 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

mit der Bernoulligleichung und $h_1 = h_2$:

$$\frac{p_1}{\rho} + \frac{u_m^2}{2} = \frac{p_2}{\rho} + \frac{u_m^2}{2} + \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho u_m^2}{2}$$

$$\rightarrow p_1 - p_2 = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho u_m^2}{2}$$

Rohrwiderstandsbeiwert λ aus Colebrook-Diagramm

Überprüfung „turbulent–laminar“:

$$\text{Re} = \frac{u_m d_0}{\nu} = \frac{3.82 \cdot 0.1}{8 \cdot 10^{-6}}$$

$$\text{Re} = 4.8 \cdot 10^4 \geq \text{Re}_c \Rightarrow \text{turbulent}$$

Verhältnis $\frac{k}{d_0}$:

$$\frac{k}{d_0} = \frac{0.2 \cdot 10^{-3}}{0.1} = 2 \cdot 10^{-3}$$

Colebrook $\rightarrow \lambda = 0.0265$:

$$\rightarrow p_1 - p_2 = 0.0265 \frac{750 \cdot 860 \cdot 3.82^2}{0.1 \cdot 2}$$

$$p_1 - p_2 = 12.5 \cdot 10^5 \text{Pa} = 12.5 \text{bar}$$

8.2.2 Antriebsleistung P

„Herleitung“ der Antriebsleistung:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = \frac{F}{A} Av = p \dot{V}$$

Verlustleistung P_v durch Reibung und Pumpenleistung P :

$$P_v = \Delta p_v \cdot \dot{V}$$

$$P = \frac{P_v}{\eta_P} = \frac{\Delta p_v \cdot \dot{V}}{\eta_P}$$

$$= \frac{12.5 \cdot 10^5 \frac{108}{3600}}{0.7} = 53.4 \cdot 10^3 \text{W}$$

$$P = 53.4 \text{kW}$$

8.2.3 Durchmesser d_1

$$P_1 = \frac{\Delta p_{v1} \cdot \dot{V}}{\eta_P} = \frac{1}{2} P = \frac{\Delta p_v \cdot \dot{V}}{2\eta_P}$$

$$\rightarrow \Delta p_{v1} = \frac{1}{2} \Delta p_v$$

$$\Delta p_{v1} = \frac{1}{2} \Delta p_v = \lambda_1 \left(\text{Re}_1(u_{m1}, d_1), \frac{k}{d_1} \right) \frac{l}{d_1} \frac{\rho u_1^2}{2}$$

\Rightarrow Iteration mit $\frac{d_0}{d_1}$:

1. $\frac{d_0}{d_1} = \xi_i$ wählen.

2. Daraus folgt $d_1 = \frac{d_0}{\xi_i}$.

3. u_{m1} folgt aus $\frac{d_0^2 \pi}{4} u_m = \frac{d_1^2 \pi}{4} u_{m1}$ mit $u_{m1} = u_m \cdot \xi_i^2$

4. $\text{Re}_1 = \frac{u_{m1} d_1}{\nu_1}$

5. somit folgt ein $\frac{k}{d_1}$

6. neues λ_1 aus Colebrook-Diagramm

7. neue tatsächlicher Druckverlust $\Delta p_{v1} = \lambda_1 \cdot \frac{l}{d_1} \frac{\rho u_{m1}^2}{2}$

8. $\frac{\Delta p_{v1}}{\Delta p_v} = \frac{1}{2}$? wenn nicht, neues $\frac{d_0}{d_1} = \xi_{i+1}$ wählen und zurück zu „2.“

1. $\xi = \frac{d_0}{d_1}$	2. d_1	3. u_{m1}	4. Re_1	5. $\frac{k}{d_1}$	6. λ_1	7. Δp_{v1}	8. $\frac{\Delta p_{v1}}{\Delta p_v}$	
0.5	0.2	0.96	$2.4 \cdot 10^4$	$1 \cdot 10^{-3}$	0.027	$0.4 \cdot 10^5$	0.0318	$\Rightarrow d_1 \downarrow$
0.75	0.13	2.15	$3.6 \cdot 10^4$	$1.5 \cdot 10^{-3}$	0.027	$3 \cdot 10^5$	0.242	
0.85	0.116	2.76	$4 \cdot 10^4$	$1.7 \cdot 10^{-3}$	0.0265	$5.6 \cdot 10^5$	0.444	
0.87	0.115	2.9	$4.2 \cdot 10^4$	$1.74 \cdot 10^{-3}$	0.0265	$6.25 \cdot 10^5$	0.498	

Iteration

$\Rightarrow d_1 = 0.115\text{m}$, (nur um 15% größer als d_0 !!)