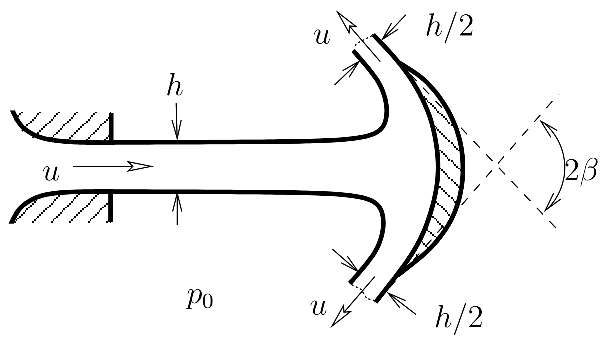
4.8 Turbinenschaufel.

Ein Wasserstrahl der Breite h und der Tiefe b trifft mit der Geschwindigkeit u auf die Schaufel eines Turbinenrades, die den Strahl symmetrisch nach zwei Seiten um den Winkel $\pi - \beta$ umlenkt.



Man berechne:

1. Die Schaufelkraft $\vec{F}_S$ bei stillstehender Schaufel,
2. die Schaufelkraft $\vec{F}_S$, wenn sich die Schaufel mit der Geschwindigkeit u_0 bewegt,
3. die Leistung P und den Wirkungsgrad η.

Impulsbilanz

$$\oint_{\partial \mathrm{KV}} \varrho v_n \vec{v} \,\mathrm{d}O + \oint_{\partial \mathrm{KV}} p\vec{n} \,\mathrm{d}O = \int_{\mathrm{KV}} \varrho \vec{g} \,\mathrm{d}V + \Sigma \vec{F}_K$$

$$\oint_{\partial \mathrm{KV}} p\vec{n} \,\mathrm{d}O = 0 \ldots \text{geschlossenes Integral}$$

$$\int_{\mathrm{KV}} \varrho \vec{g} \,\mathrm{d}V = 0 \ldots \text{vernachlässigt! zB horizontale Strömung!}$$

$$\vec{F}_K = -F_S$$

$$\rightarrow \vec{F}_S = -\oint_{\partial \mathrm{KV}} \varrho v_n \vec{v} \,\mathrm{d}O$$

4.8.1 Schaufelkraft F_S bei stillstehender Schaufel.

Stationäres Kontrollvolumen!

$$n_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad u_1 = u\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad u_{1n} = -u$$

$$n_2 = \begin{pmatrix} -\cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix} \qquad u_2 = u\begin{pmatrix} -\cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix} \qquad u_{2n} = u$$

$$n_2 = \begin{pmatrix} -\cos\beta \\ -\sin\beta \end{pmatrix} \qquad u_3 = u\begin{pmatrix} -\cos\beta \\ -\sin\beta \end{pmatrix} \qquad u_{3n} = u$$

mit der Tiefe t

$$\begin{aligned}
-\vec{F}_S &= \varrho\left(u\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}(-u)ht + u\begin{pmatrix} -\cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix}u\frac{h}{2}t + u\begin{pmatrix} -\cos\beta \\ -\sin\beta \end{pmatrix}u\frac{h}{2}t\right) \\
&= \varrho u^2 ht\left(-\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix}\frac{1}{2} + \begin{pmatrix} -\cos\beta \\ -\sin\beta \end{pmatrix}\frac{1}{2}\right) \\
&= \varrho u^2 ht\begin{pmatrix} -1-\cos\beta \\ 0 \end{pmatrix} = -\varrho u^2 ht\begin{pmatrix} 1+\cos\beta \\ 0 \end{pmatrix} \\
\Rightarrow \quad \vec{F}_S &= \varrho u^2 ht\begin{pmatrix} 1+\cos\beta \\ 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

4.8.2 Schaufelkraft F_S, bei Schaufelgeschwindigkeit u_0

Mitbewegtes Kontrollvolumen!

$$u_1 = \begin{pmatrix} u-u_0 \\ 0 \end{pmatrix} \qquad u_2 = (u-u_0)\begin{pmatrix} -\cos\beta \\ \sin\beta \end{pmatrix} \qquad u_3 = (u-u_0)\begin{pmatrix} -\cos\beta \\ -\sin\beta \end{pmatrix}$$

$$u_{1n} = -(u-u_0) \qquad u_{2n} = (u-u_0) \qquad u_{3n} = (u-u_0)$$

wir erhalten analog zu vorher

$$\Rightarrow \quad \vec{F}_S = \varrho\,(u-u_0)^2\,ht\begin{pmatrix} 1+\cos\beta \\ 0 \end{pmatrix}$$

4.8.3 Leistung P und Wirkungsgrad η

still stehende Schaufel

$$P = \vec{F}\cdot\vec{v} = \varrho u^2 ht\begin{pmatrix} 1+\cos\beta \\ 0 \end{pmatrix}\cdot\vec{0} = 0$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{0}{\dot{V}\frac{\varrho}{2}u^2} = 0$$

für die bewegte Schaufel: Leistung im System Düse! Leistung für Beobachter auf Schaufel = 0!

$$\begin{aligned}
P &= \vec{F}\cdot\vec{v} = \varrho\,(u-u_0)^2\,ht\begin{pmatrix} 1+\cos\beta \\ 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} u_0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
\Rightarrow \quad P &= \varrho u_0\,(u-u_0)^2\,ht\,(1+\cos\beta) \\
\eta &= \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{\varrho u_0\,(u-u_0)^2\,ht\,(1+\cos\beta)}{uth\frac{\varrho}{2}u^2} \\
\Rightarrow \quad \eta &= \frac{2u_0\,(u-u_0)^2\,(1+\cos\beta)}{u^3}
\end{aligned}$$