

Rohrströmung

In der Laborübung zur inkompressiblen Strömung durch ein Rohr wird der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung untersucht. Der Druckverlust wird unter verschiedenen Zuständen gemessen und mit bekannten Korrelationen aus der Literatur sowie einer analytischen Lösung für die laminare Strömung verglichen.

1 Grundlagen

Kennzahlen Die voll ausgebildete Strömung eines Newtonschen Fluides durch ein Rohr konstanten Durchmessers kann eindeutig durch fünf Größen beschrieben werden. Diese sind die Dichte ρ des Fluids, die mittlere Geschwindigkeit u , die dynamische Viskosität μ , der Rohrdurchmesser d und der Druckgradient dp/dx . In einer voll ausgebildeten Strömung ändern sich die Eigenschaften in Strömungsrichtung nicht mehr, deshalb spielt eine Länge L des Rohres keine Rolle.

Aus den fünf oben genannten Größen lassen sich zwei dimensionslose Kennzahlen bilden, die Reynoldszahl Re ,

$$Re = \frac{\rho u d}{\mu} = \frac{u d}{\nu}, \quad (1)$$

und die Rohrreibungszahl λ ,

$$\lambda = \frac{(dp/dx)d}{\rho u^2/2}. \quad (2)$$

Die Reynoldszahl gibt das Verhältnis von Trägheits- zu Zähigkeitskräften wieder. Die Rohrreibungszahl ist der auf den Staudruck bezogene Druckverlust, auf eine Länge von einem Rohrdurchmesser. Aus der Dimensionsanalyse folgt weitr: Da nur zwei dimensionslose Kennzahlen vorhanden sind, lässt sich die Rohrreibungszahl für hydraulisch glatte Rohre als Funktion *nur* der Reynoldszahl darstellen, $\lambda = \lambda(Re)$. Für raue Rohre kommt als zusätzliche dimensionslose Kennzahl die relative Rauigkeit k/d , mit der mittleren Rauigkeitstiefe k dazu. Der Zusammenhang zwischen λ und Re für verschiedene Werte von k/d wird oft im Moody-Diagramm dargestellt, siehe Anhang.

Bernoulli-Gleichung Entlang einer Stromlinie ergibt die Erhaltung der mechanischen Energie (und auch die Impulserhaltung) für reibungsfreie, inkompressible und stationäre Strömungen die Bernoulli-Gleichung,

$$p + \frac{\rho u^2}{2} + \rho g z = const. \quad (3)$$

Um den Verlust an mechanischer Energie durch Reibung zu berücksichtigen, wird die Bernoulli-Gleichung durch einen Druckverlust-Term erweitert,

$$p_1 + \frac{\rho u_1^2}{2} + \rho g z_1 = p_2 + \frac{\rho u_2^2}{2} + \rho g z_2 + \Delta p_w. \quad (4)$$

Die Druckverluste entlang einer Rohrleitung werden summiert,

$$\Delta p_w = \frac{\rho u^2}{2} \left(\lambda \frac{L}{d} + \sum_i \zeta_i \right). \quad (5)$$

Hierin beschreibt der erste Term auf der rechten Seite den Druckverlust durch Reibung, der aus Umformung der Gleichung (2) folgt. Der zweite Term auf der rechten Seite entspricht den Druckverlusten durch Einbauten wie z.B. Armaturen, Ventile oder Blenden, oder auch Druckverlusten an Krümmern oder Rohrverzweigungen. Diese Druckverluste werden auf den Staudruck bezogen und in dimensionsloser Form durch die Widerstandszahl ζ wiedergegeben.

Rohrreibungsbeiwert In laminarer Strömung ist der Druckverlust im Rohr linear von der mittleren Strömungsgeschwindigkeit abhängig. Für das kreisrunde Rohr gilt das Gesetz von Hagen-Poiseuille, dass sich schreiben lässt als

$$\lambda = \frac{64}{\text{Re}}.$$

Im doppelt-logarithmischen Moody-Diagramm gibt diese Beziehung eine gerade Linie mit der Steigung -1 .

Für turbulente Strömung in rauen Rohren nimmt λ bei hohen Re-Zahlen einen nahezu konstanten Wert an. Der Übergangsbereich sowie die turbulente Strömung durch hydraulisch glatte Rohre wird durch Korrelationen abgebildet,

- Hydraulisch glattes Rohr (Formel von Prandtl)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2,0 \log \left(\text{Re} \sqrt{\lambda} \right) - 0,8 \quad (6)$$

- Hydraulisch raues Rohr (Formel von Nikuradse)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = 2 \log \left(\frac{3,71d}{k} \right) \quad (7)$$

- Übergangsbereich zwischen den vorstehend angeführten Zuständen (Formel von Colebrook)

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{2,51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{k}{3,71d} \right) \quad (8)$$

Diese Näherungsformeln existieren nur in impliziter Form und sind daher etwas unhandlich. Für ingenieurstechnische Anwendungen wird gerne das Moody-Diagramm (siehe Anhang) verwendet. Es zeigt im logarithmischen Maßstab den Zusammenhang der dimensionslosen Größen der Rohrreibungszahl λ , der Reynolds-Zahl und der relativen Rauigkeit k/d .

Eine häufig verwendete einfache Korrelation zur näherungsweise Berechnung des Druckverlustverhaltens des glatten Rohres im Bereich $Re < 10^5$ ist die nach Blasius,

$$\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}. \quad (9)$$

Umschlag laminarer zu turbulenter Strömung Bei Reynoldszahlen $\lesssim 1800$ findet man in Rohren immer laminare Strömungen. Ab einem kritischen Wert Re_{krit} wird die laminare Strömung instabil gegenüber kleinen Störungen (Strömungsinstabilität). Dieser Wert liegt beispielsweise bei der Rohrströmung bei $Re_{krit} \approx 2300$. Bei höheren Reynoldszahlen findet man üblicherweise turbulente Strömungen. Zu beachten ist, dass die kritische Reynolds-Zahl Re_{krit} nicht exakt den Übergang von einer laminaren zu einer turbulenten Strömung charakterisiert. Es konnten z.B. in Experimenten laminare Rohrströmungen mit $Re > 100\,000$ erzeugt werden, ohne dass die Strömung turbulent geworden wäre. Weiters ist festzuhalten, dass der Übergang von laminarer zu turbulenter Strömung (Transition) nahezu abrupt und unstetig erfolgt.

Messgeräte Da Durchfluss und Druck in vielen technischen Anwendungen und insbesondere auch industriellen Anlagen überaus wichtige Parameter darstellen, existiert eine Vielzahl verschiedenster Messgeräte und Messprinzipien. Bei den Messverfahren der Durchflussmessung wird zwischen mechanisch-volumetrischen Verfahren, Wirkdruck-(Stau)Verfahren (Bernoulli!), thermischen Verfahren, akustischen Verfahren, magnetisch-induktiven Verfahren, optischen Verfahren und gyroskopischen Verfahren unterschieden.

Bei der (direkten) Druckmessung wird die Krafteinwirkung des Drucks in eine Deformation (Wegänderung, Winkeländerung etc.) umgesetzt. Solche Wegänderungen können prinzipiell mechanisch, kapazitiv, induktiv, piezoresistiv oder über Dehnungsmessstreifen weitergegeben werden und je nachdem in entsprechende Ausschläge/Signale umgewandelt werden. Der in der Übung zur Messung des Druckverlustes im Rohr verwendete Differenzdrucksensor (Validyne DP 103 Differential Pressure Transducer) besteht aus zwei Messkammern, die durch eine Membran hermetisch voneinander getrennt sind. Die Auslenkung der Membran ist ein Maß für die Größe des Differenzdruckes.

Das für die jeweilige Anwendung geeignete Messprinzip ist je nach Fluid, Strömungsverhältnissen, Umgebungsbedingungen, wirtschaftlichen Kriterien etc. passend zu wählen.

Einige Durchflussmessverfahren werden in der Laborübung näher besprochen und gezeigt werden.

2 Anmerkungen zum Versuchsaufbau

In der Laborübung wird für Versuchs- und Beobachtungszwecke ein einfacher Aufbau zur Verfügung stehen, mittels dessen der Durchfluss in einem Rohr eingestellt werden kann. Als Werkzeuge und Messgeräte stehen

- eine Waage,
- Maßband / Zollstock,
- Thermometer,
- Stoppuhr (ev. Handy verwenden),
- ein Differenzdruckmesser (Validyne DP103)
- und der PC inkl. Easy-Sense Software zur Auswertung der Druckmessungen
- sowie die Tabellen und Diagramme aus dem Anhang

zur Verfügung.

Wichtiger Hinweis:

- Der Drucksensor ist in Pascal kalibriert! $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 1 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$
- Um Durchflussgeschwindigkeit und Reynoldszahl zu bestimmen verwende $\dot{m} = m/t = \rho uA$, mit der Masse m [kg] und der Zeit t [s].

3 Aufgaben und Fragen

Bitte verwenden Sie zur Nummerierung Ihrer Aufgaben in der schriftlichen Ausarbeitung die gleiche fortlaufende Beschriftung mit a, b, c ...

a.) Skizzieren Sie den Versuchsaufbau inkl. Abmessungen. Erklären Sie das Funktionsprinzip.

b.) Welche Höhe H des Wasserspiegels über dem Rohr ist, bei Vernachlässigung der Druckverluste, notwendig, damit sich eine Reynoldszahl von 1600 einstellt (rechnerische Abschätzung)?

c.) Stellen Sie die (errechnete) Höhe H ein und überprüfen Sie die Reynoldszahl mit

den zur Verfügung stehenden Werkzeugen (siehe Abschnitt 2).

d.) Stellen Sie über die Höhe die Reynoldszahl möglichst genau auf 1600 ein. Welche Höhe ist notwendig? Welchen Druckverlust im Rohr pro Meter schätzen Sie daraus?

e.) Messen Sie mit dem Differenzdruckmesser den Druckabfall über die Länge L bei $Re = 1200, 1400, 1600$.

f.) Vergleichen Sie die Werte aus e.) mit den Werten für λ im Moody-Diagramm.

g.) Triggern und visualisieren Sie Turbulenz mittels Tinteninjektion. Beschreiben und skizzieren Sie was Sie sehen. Wie beeinflusst Turbulenz den Ausflusswinkel?

h.) Stellen Sie die Reynoldszahl auf einen Wert im turbulenten Bereich (z.B. 4000). Messen Sie den Druckverlust und vergleichen Sie den erhaltenen Wert mit der Gl. (9) und dem Moody-Diagramm.

4 Anhang

Dichte und dynamische Viskosität von Wasser in Abhängigkeit von der Temperatur. Daten von <http://webbook.nist.gov>.



