Flachwasserkanal

Mit Hilfe eines Flachwasserkanals lassen sich gasdynamische Vorgänge visualisieren. Die Grundlage dafür bildet die sogenannte Flachwasseranalogie. Diese besagt, dass eine ebene, kompressible Gasströmung und eine Flüssigkeitsströmung mit freier Oberfläche unter bestimmten Voraussetzungen durch dieselben Gleichungen beschrieben werden können. Gewisse Phänomene der Gasdynamik, wie z.B. Machlinien und Stoßfronten, können mit Hilfe des Flachwasserkanals visualisiert werden.

Verschiedene Körper werden in die überkritische Strömung gebracht, anschliessend wird das Strömungsbild beobachtet und interpretiert.

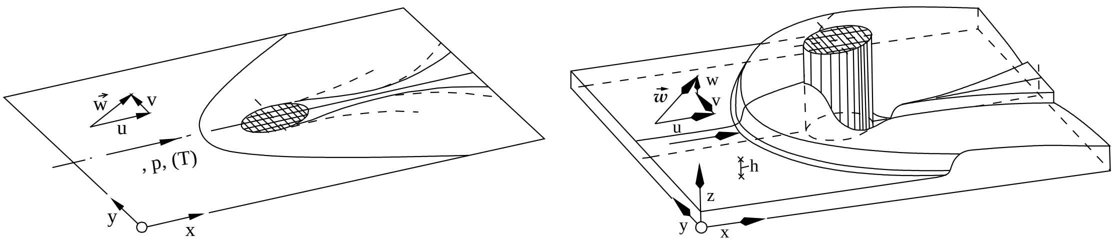

Abbildung 1: Vergleich zwischen ebener, kompressibler Gasströmung (links) und Flachwasserkanal (rechts). (Quelle: Seminar in Flugantriebe, Karl Wörrlein, Fachgebiet Gasturbinen und Flugantriebe, TU Darmstadt, 2. Auflage)

Der Flachwasserkanal besteht im Wesentlichen aus einer glatten, ebenen, fast horizontalen Platte, über die eine dünne Schicht Wasser mit freier Oberfläche fließt. Der Übergang vom unter- zum überkritischen Zustand (vom strömenden zum schießenden Wasser) wird durch eine Lavaldüse, d.h. durch eine Verengung und anschließende Erweiterung der seitlichen Begrenzungswände, erreicht.

Die Flachwasseranalogie

Im Folgenden wird die Herleitung der Flachwasser-Analogiebeziehung kurz skizziert. Dabei wird von einer reibungsfreien Strömung ausgegangen. Das heißt, dass z.B. Grenzschichten vernachlässigt werden.

Wir wählen den Koordinatenursprung im ruhenden Wasser vor der Fließstrecke so, dass die x-Achse in Hauptfließrichtung entlang des Kanalbodens verläuft. Eine allfällige

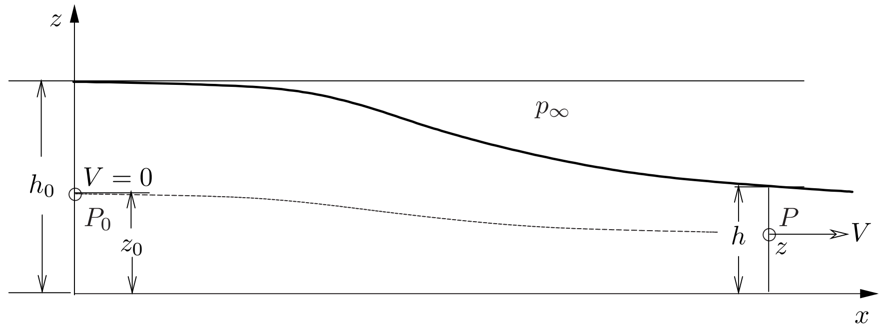

Abbildung 2: Definition der verwendeten Größen.

leichte Neigung des Kanalbodens gegen die Horizontale wird vernachlässigt. Die z-Achse zeigt senkrecht nach oben, die y-Achse steht normal auf die Zeichenebene (siehe Abb. 2).

Die Bernoulli-Gleichung entlang einer Stromlinie zwischen den Punkten P_0 $(0, y_0, z_0)$ und P (x, y, z) lautet

$$\frac{p_0}{\rho} + gz_0 = \frac{p}{\rho} + gz + \frac{V^2}{2}$$

mit $V^2 \approx u^2 + v^2$, wobei u und v die Geschwindigkeitskomponenten in x- und y-Richtung sind.

Vernachlässigt man den Einfluss der Krümmung der Stromlinien auf die Druckverteilung, so gilt bei freier Oberfläche in jedem Punkt des Wasserfilms die hydrostatische Druckverteilung

$$p = p_\infty + \rho g(h - z) \ .$$

Setzt man diesen Druck in die Bernoulli-Gleichung ein, so erhält man

$$gh_0 = gh + \frac{V^2}{2} \ .$$

Ein Vergleich mit dem Energiesatz der Gasdynamik

$$c_p T_0 = c_p T + \frac{V^2}{2}$$

zeigt, dass die Wassertiefe im Flachwasserkanal der Temperatur in der Gasströmung entspricht:

$$\boxed{\frac{h}{h_0} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{T}{T_0}}$$

In ähnlicher Weise vergleichen wir die Kontinuitätsgleichung der Wasserströmung

$$\frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial y} = 0$$

mit jener für die Gasströmung

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0\ .$$

Die Analogie zwischen Wassertiefe und Dichte

$$\boxed{\frac{h}{h_0} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{\rho}{\rho_0}}$$

ist offensichtlich.

Nun gilt für die isentrope Gasströmung

$$\frac{T}{\rho^{\varkappa-1}} = \text{const}\ .$$

Die analoge Beziehung für den Flachwasserkanal lautet

$$\frac{h}{h^{\varkappa-1}} = \text{const}\ .$$

Dies erfordert einen Isentropenkoeffizienten $\varkappa = 2$. Ein solches Gas existiert in der Natur nicht. Die Aussagen von Flachwasserexperimenten sind also nur auf Fragestellungen für Gasströmungen umlegbar, für die der Wert des Isentropenkoeffizienten $\varkappa$ irrelevant ist. Daher können Beobachtungen im Flachwasserkanal nur qualitativ äquivalent zur Gasströmung interpretiert werden, nicht aber quantitativ.

Ein Verdichtungsstoß bzw. ein Wassersprung ist kein isentroper Vorgang; daher behält streggenommen von den bisher abgeleiteten Beziehungen nur die Analogiebeziehung zwischen Wassertiefe und Dichte für den Vergleich von Wassersprung und Verdichtungsstoß ihre Gültigkeit.

Aus Energiegleichung und Bewegungsgleichung lässt sich für eine drehungsfreie Flachwasserströmung die Beziehung

$$(u^2 - gh)\frac{\partial u}{\partial x} + uv(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}) + (v^2 - gh)\frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

ableiten. Ein Vergleich mit der gasdynamischen Gleichung

$$(u^2 - c^2)\frac{\partial u}{\partial x} + uv(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}) + (v^2 - c^2)\frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

zeigt unmittelbar die Analogie zwischen Schallgeschwindigkeit und Wassertiefe

$$\boxed{c^2 \quad \Longleftrightarrow \quad gh}$$

$\sqrt{gh}$ ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Schwerewellen in seichtem Wasser.

Zuletzt findet man aus der Zustandsgleichung für das ideale Gas mit

$$\frac{p}{p_0} = \frac{\rho T}{\rho_0 T_0}$$

die Analogiebeziehung für den Druck

$$\boxed{\frac{p}{p_0} \quad \Longleftrightarrow \quad \frac{h^2}{h_0^2}}$$

Zusammenfassung

Gasströmung, $\varkappa = 2$		Flachwasserströmung	
Temperaturverhältnis	T/T_0	Wassertiefenverhältnis	h/h_0
Dichteverhältnis	ρ/ρ_0	Wassertiefenverhältnis	h/h_0
Druckverhältnis	p/p_0		h^2/h_0^2
Schallgeschwindigkeit	c	Wellenausbreitungsgeschwindigkeit	$\sqrt{gh}$
Machzahl	$\mathrm{M} = \frac{V}{c}$	Froude-Zahl	$\mathrm{Fr} = V/\sqrt{gh}$
Unterschallströmung	$\mathrm{M} < 1$	strömendes Wasser	$\mathrm{Fr} < 1$
Überschallströmung	$\mathrm{M} > 1$	schießendes Wasser	$\mathrm{Fr} > 1$
Verdichtungsstoß		Wassersprung	

Experimente

(1) Bestimmung der Machzahl

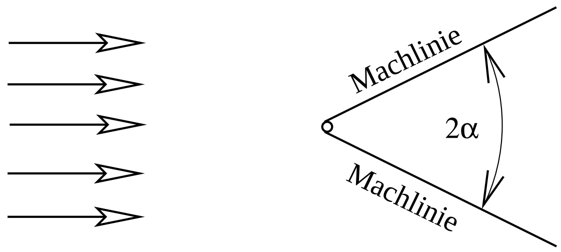

Abbildung 3: Definition des Machwinkels

Bringen Sie eine kleine Störung (Zahnstocher, Nadel, ...) in die Strömung im Bereich schießenden Wassers ein. Messen Sie den Winkel α, den die beiden von der Störung ausgehenden Wellen miteinander einschliessen und berechnen Sie daraus die der Machzahl analoge Größe (Froude-Zahl)

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{gh}} = \frac{1}{\sin\alpha}$$

Bestimmen Sie durch Beobachten der Ausbreitung von Störungen die Größe des „Überschallgebietes"(in schießendem Wasser breiten sich Störungen nicht gegen die Strömungsrichtung aus).

(2) Keilumströmung
Skizzieren Sie (Grundriss, Seitenansicht) die Wellenbilder zweier spitzer, keilförmiger Profile und stellen Sie Vergleiche zwischen diesen an.

(3) Zylinderumströmung
Skizzieren Sie das Wellenbild der Strömung um einen querangeströmten Kreiszylinder. Vergleichen Sie mit der Keilumströmung.

(4) Strömung um eine querangestellte Platte
Skizzieren Sie die Strömung um eine querangestellte Platte. Vergleichen Sie die unterschiedliche Lage des Kraftangriffspunktes im unterkritischen und überkritischen Strömungsgebiet.