Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik 11. 4. 2008

2) Ein Druckbehälter ist durch eine Wand vernachlässigbaren Volumens in zwei Teile A und B geteilt. In beiden Behälterteilen befindet sich das gleiche ideale Gas mit den gegebenen spezifischen Wärmekapazitäten c_p und c_v. Im Teil A herrscht ein Druck $p = p_{\mathrm{A}}$, bei einem Volumen von $V = V_{\mathrm{A}}$ und einer Temperatur von $T = T_{\mathrm{A}}$. Das Gas im Behälter B steht unter einem Druck $p = p_{\mathrm{B}}$, das Volumen beträgt $V = V_{\mathrm{B}}$ und die Temperatur $T = T_{\mathrm{B}}$. Berechnen Sie den sich einstellenden Enddruck p_2 und die sich einstellende Endtemperatur T_2 wenn die Wand entfernt wurde und sich ein gemeinsamer Endzustand eingestellt hat.

Lösung:

Es gilt $pV = m(c_p - c_v)T$ für A, B, 2; Sowie

$$m_2 = m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}} \quad (1); \qquad V_2 = V_{\mathrm{A}} + V_{\mathrm{B}} \quad (2); \qquad U_2 = U_{\mathrm{A}} + U_{\mathrm{B}} \quad (3);$$

$$(3) \;\Rightarrow\; c_v m_2 T_2 = c_v m_{\mathrm{A}} T_{\mathrm{A}} + c_v m_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{B}} \;\Rightarrow\; T_2 = \frac{m_{\mathrm{A}} T_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}} T_{\mathrm{B}}}{m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}}} = \frac{p_{\mathrm{A}} V_{\mathrm{A}} + p_{\mathrm{B}} V_{\mathrm{B}}}{p_{\mathrm{A}} V_{\mathrm{A}}/T_{\mathrm{A}} + p_{\mathrm{B}} V_{\mathrm{B}}/T_{\mathrm{B}}}$$

$$p_2 = \frac{m_2(c_p - c_v)T_2}{V_2} = \frac{p_{\mathrm{A}} V_{\mathrm{A}} + p_{\mathrm{B}} V_{\mathrm{B}}}{V_{\mathrm{A}} + V_{\mathrm{B}}}$$

3) Ein ideales Gas konstanter spezifischer Wärmekapazitäten (geg.: κ, R) durchläuft folgenden Kreisprozess (geg.: p_1, v_1, p_2):

$1 \to 2$ reversible Kompression, wobei die Zustandsänderung durch die Gleichung $pv^n = const.$, mit $1 < n < \kappa$, beschrieben werden kann;

$2 \to 3$ isobare Expansion;

$3 \to 1$ isochore Wärmeabgabe.

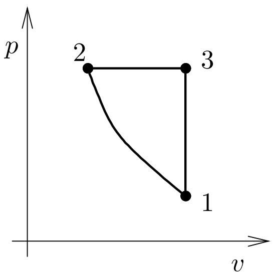
a) Zeichnen Sie den Kreisprozess in ein p,v- und ein T,s-Diagramm ein.

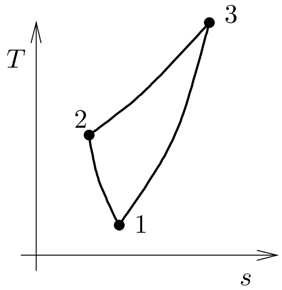
b) Berechnen Sie die zu- und abgeführten Wärmen q_{zu} und q_{ab}.

c) Berechnen Sie den thermischen Wirkungsgrad η als Funktion von n und $\psi = p_1/p_2$.

Lösung:

a)





b) Zustandsänderung $1 \to 2$: $\quad \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{v_2}{v_1}$; $RT_2 = p_2 v_2 = p_1 v_1 \psi^{\frac{1}{n}-1}$

Zustandsänderung $2 \to 3$ bzw. $1 \to 3$: $\quad p_2 = p_3, \quad v_1 = v_3; \qquad RT_3 = p_3 v_3 = p_2 v_1$

$$q_{\mathrm{zu}} = q_{23} > 0 \qquad q_{\mathrm{ab}} = -q_{13} + q_{12} < 0$$

$$q_{13} = c_v(T_3 - T_1) = \frac{1}{\kappa - 1} p_1 v_1 (\psi^{-1} - 1) > 0$$

$$q_{23} = c_p(T_3 - T_2) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 (\psi^{-1} - \psi^{\frac{1}{n}-1}) > 0$$

$$\mathrm{d_e}q = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v \quad \Rightarrow \quad q_{12} = c_v(T_2 - T_1) + p_1 v_1^n \int_{v_1}^{v_2} v^{-n} dv = p_1 v_1 \left(\psi^{\frac{1}{n}-1} - 1\right) \left(\frac{1}{\kappa - 1} - \frac{1}{n - 1}\right) < 0$$

c)

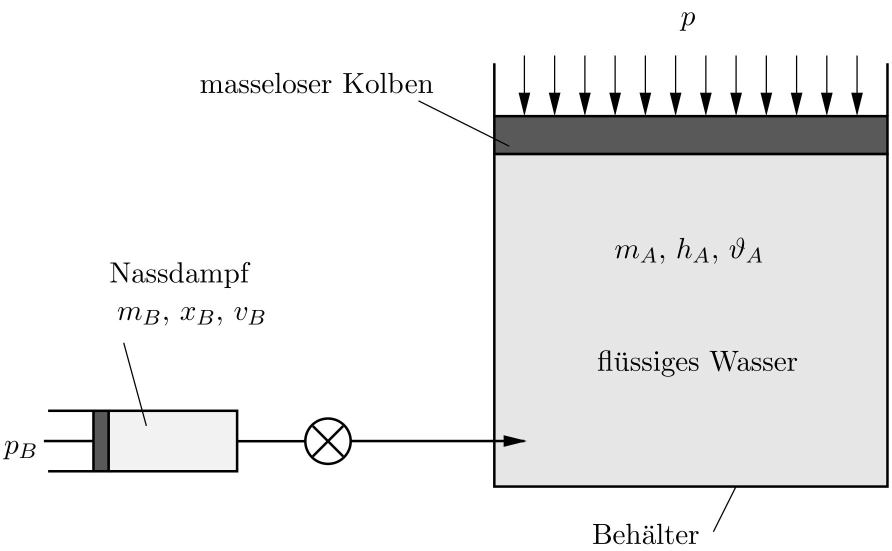
$$\eta = 1 - \frac{|q_{\mathrm{ab}}|}{q_{\mathrm{zu}}} = 1 - \frac{1}{\kappa}\left(1 - \frac{\kappa - 1}{n - 1}\frac{\psi - \psi^{\frac{1}{n}}}{1 - \psi^{\frac{1}{n}}}\right)$$

4) Zur Bestimmung des Dampfgehaltes eines Gemisches aus flüssigem und dampfförmigem Wasser ($m_B = 9$ kg) wird dieses Gemisch mit einem Druck $p_B = p = 1{,}0133$ bar einem Tank zugeführt. In diesem Tank befindet sich in einem Ausgangszustand 1 flüssiges Wasser ($m_{A,1} = 136$ kg, $\vartheta_{A,1} = 10$ °C). Der Tank ist mittels eines reibungsfrei beweglichen, masselosen Kolbens gegen die Umgebung abgeschlossen. Am Ende des Versuches (Zustand 2) findet man im Tank flüssiges Wasser mit einer Temperatur $\vartheta_{A,2} = 40$ °C vor.
Bestimmen Sie den Dampfgehalt x_B und das spezifische Volumen v_B des Wasser-Dampf Gemisches in der Zuleitung.

Hinweis: Etwaiger Wärmeaustausch mit der Umgebung ist zu vernachlässigen.
Flüssiges Wasser hat eine spezifische Wärmekapazität von $c_{p,W} = 4{,}2$ kJ/kgK.

Dampftafel für Wasser

ϑ °C	p bar	v' dm^3/kg	v'' m^3/kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg	r kJ/kg
100	1,0133	1,0437	1,6730	461,1	2676,0	2256,9



Lösung:

Betrachtet man den Tank inklusive des zugeführten Gemisches als System, so ist das System geschlossen und die Zustandsänderung isobar.

$$\text{1.Hauptsatz:} \quad H_2 - H_1 = Q_{12}$$

$$\text{Zustand 1:} \quad H_1 = m_A c_{p,W}\vartheta_1 + m_B h_B + \text{const.}$$

$$\text{Zustand 2:} \quad H_2 = (m_A + m_B) c_{p,W}\vartheta_2 + \text{const.}$$

$$\Rightarrow \quad h_B = (1 + \frac{m_A}{m_B} c_{p,W}\vartheta_2 - \frac{m_A}{m_B} c_{p,W}\vartheta_1 = 2{,}072\,\mathrm{MJ/kg}$$

$$\text{mit} \quad h_B = (1 - x_B)h'_B + x_B h''_B \quad \text{folgt aus der Dampftafel:} \quad x_B = 0{,}727$$

$$\text{und schließlich} \quad v_B = (1 - x_B)v'_B + x_B v''_B = 1{,}22\,\mathrm{m^3/kg}$$

5) Wasser kann bei $p = 1$ bar auch bei Temperaturen, die kleiner sind als 0 °C, flüssig bleiben (unterkühltes Wasser). Es wird nun einem offenen Behälter mit unterkühltem Wasser ($p_1 = 1$ bar, $\vartheta_1 = -5$ °C) ein sehr kleiner Eiskristall (die Masse des Eiskristalls ist zu vernachlässigen) als Kristallisationskeim beigegeben. Berechnen Sie unter der Annahme, daß die Behälterwände adiabat sind:

a) den Anteil des Wassers (in Prozent), das gefriert,

b) die spezifische Entropieänderung des Wassers.

$l_0 = 333{,}4$ kJ/kg, $c_W = 4{,}22$ kJ/kgK (Mittelwert zwischen -5 °C und 0 °C)

Lösung:

a) $H_1 = m_{W,1} c_W \vartheta_1, \quad H_2 = m_{W,2} c_w \vartheta_2 - m_{E,2} l_0 \quad \text{mit} \quad \vartheta_2 = 0°\text{C}$

$$\Rightarrow \quad \frac{m_{E,2}}{m_{W,1}} = -\frac{c_W \vartheta_1}{l_0} = 6{,}33\%$$

b) Da die Entropie eine Zustandsgröße ist, wählen wir folgende Zustandsänderungen für die Berechnung der Entropieänderung: Erwärmen des gesamten Wassers vom Ausgangszustand auf 0 °C, anschließendes Abkühlen des Teils, der erstarrt (bei 0 °C).

$$\frac{\Delta S}{m_{W,1}} = c_W \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{m_{E,2}}{m_{W,1}} \frac{l_0}{T_2} = 77{,}96\,\text{J/kg} - 77{,}26\,\text{J/kg} = 0{,}70\,\text{J/kg}.$$

6) Gegeben ist feuchte Luft (Nebel) im Ausgangszustand: $\vartheta_1 = 21°\text{C}, p_1 = 1\text{bar}$, Massenanteil des flüssigen Wassers $x_{F,1} = 0{,}00629$, Masse der trockenen Luft $m_L = 2\text{kg}$.

$$c_{\text{p,Luft}} = 1\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}; \quad c_{\text{p,Dampf}} = 1{,}86\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}; \quad c_{\text{p,Wasser}} = 4{,}19\frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}; \quad r_0 = 2501{,}6\frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$\psi = \frac{x_\text{D}}{x_\text{s}}; \quad x_\text{D} = 0{,}622\frac{p_\text{D}}{p - p_\text{D}}$$

a) Berechnen Sie die Gesamtwassermasse m_W und die spez. Enthalpie $h_{1+x,1}$ im Ausgangszustand.

b) Welche Wärmemenge Q_{12} muß isobar zugeführt werden, damit der Sättigungszustand ($\psi_2 = 1$) erreicht wird?

ϑ °C	p_s mbar
16	18,17
17	19,36
18	20,62
19	21,96
20	23,37
21	24,85
22	26,42
23	28,08
24	29,82
25	31,66
26	33,60
27	35,64
28	37,78
29	40,04
30	42,41

Lösung:

a)

$$\vartheta_1 = 21°\text{C}, \quad \Rightarrow x_{D,1} = x_{s,1} = 0{,}01585, x_1 = x_{D,1} + x_{F,1} = 0{,}02214,$$

$$m_W = x_1 m_L = 44{,}28\,\text{g},$$

$$h_{1+x,\,1} = (c_{p,\text{Luft}} + x_{D,1} c_{p,\text{Dampf}} + x_{F,1} c_{p,\text{Wasser}})\vartheta_1 + x_{D,1} r_0 = 61{,}82\,\text{kJ/kg}.$$

b)

$$x_1 = x_{D,2} = x_{s,2} = 0{,}02214, \quad \Rightarrow p_{s,2} = \frac{p_1}{1 + 0{,}622/x_{s,2}} = 34{,}37\text{mbar},$$

$$\text{Interpolation in Dampfdrucktabelle} \quad \Rightarrow \vartheta_2 = 26{,}38°\text{C},$$

$$h_{1+x,\,2} = (c_{p,\text{Luft}} + x_{s,2} c_{p,\text{Dampf}})\vartheta_2 + x_{s,2} r_0 = 82{,}86\,\text{kJ/kg},$$

$$Q_{12} = m_L(h_{1+x,\,2} - h_{1+x,\,1}) = 42{,}07\,\text{kJ}$$