Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik 30. 11. 2007

2) Eine Speisewasserpumpe eines Kraftwerks pumpt Wasser (gegeben: ρ, c_p, β_p, χ_T) der Temperatur T_K und des Druckes p_K reversibel adiabat aus dem Kondensator in einen Verdampfer, in dem der Druck $p_V > p_K$ herrscht.

(a) Berechnen Sie die Temperaturerhöhung des Wassers.

(b) Wieviel Wärme pro Kilogramm Wasser müsste man zu- oder abführen, damit der Prozess isotherm bei der Temperatur T_K verläuft?

(c) Wieviel Arbeit pro Kilogramm wäre im Fall (b) zu verrichten?

Hinweis: $\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T$; $c_p = T\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p$;

relative Dichteänderungen von Wasser sind zu vernachlässigen.

Lösung:

(a) $\mathrm{d}s = \left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p \mathrm{d}T = 0$. Mit $\left(\frac{\partial s}{\partial p}\right)_T = -\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p = -\frac{\beta_p}{\rho}$ und $\left(\frac{\partial s}{\partial T}\right)_p = \frac{c_p}{T}$ folgt nach Integration:

$$\Delta T = T_K\left(\exp\frac{\beta_p(p_V - p_K)}{\rho c_p} - 1\right).$$

(b) $\mathrm{d_e}q = T_K \mathrm{d}s = -\frac{\beta_p T_K}{\rho}\mathrm{d}p$, daraus folgt: Es muss die Wärme

$$q = -\frac{\beta_p T_K (p_V - p_K)}{\rho} < 0$$

pro Kilogramm abgeführt werden.

(c) $\mathrm{d_e}w = -p\mathrm{d}v = \chi_T \frac{p\mathrm{d}p}{\rho}$. Nach Integration folgt:

$$w = \chi_T \frac{p_V^2 - p_K^2}{2\rho} > 0$$

3) Eine Maschine mit einem idealen Gas gegebener konstanter spezifischer Wärmekapazitäten als Arbeitsmedium arbeitet nach folgendem reversiblen Kreisprozess:

$1 \to 2$ isobare Expansion,
$2 \to 3$ isotherme Expansion,
$3 \to 4$ isobare Verdichtung,
$4 \to 1$ isotherme Verdichtung.

a) Stellen Sie diesen Prozess in einem p,v- bzw. T,s-Diagramm dar. Zeichnen Sie die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmen in die Diagramme ein.
Handelt es sich um eine Wärmekraftmaschine oder eine Kältemaschine?

b) Berechnen Sie die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmen. Gegeben seien T_1, T_2, p_2 und p_3.

c) Berechnen Sie den Wirkungsgrad bzw. die Leistungszahl als Funktion von $\varphi = T_2/T_1$ und $\psi = p_2/p_3$.

Lösung:

b) Berechnung der zu- und abgeführten Wärmen. Mit 1. HS für ein ruhendes, geschlossenes System und der idealen Gasgleichung gilt

$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d}_e q}{T} = \frac{\mathrm{d}u + p\mathrm{d}v}{T} = c_p \frac{\mathrm{d}T}{T} - R\frac{\mathrm{d}p}{p}$$

$$q_{\mathrm{zu}} = \int\limits_{1\to2\to3} T\mathrm{d}s = q_{12} + q_{23} = c_p(T_2 - T_1) + RT_2 \ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right)$$

$$q_{\mathrm{ab}} = \int\limits_{3\to4\to1} T\mathrm{d}s = q_{34} + q_{41} = -c_p(T_2 - T_1) - RT_1 \ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right)$$

Nettoarbeit:

$$w_0 = -\sum q = -R(T_2 - T_1)\ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right)$$

$w_0 < 0$, das System verrichtet Arbeit an der Umgebung.

c)

$$\eta = \frac{-w_0}{q_{\mathrm{zu}}} = \frac{\ln\psi}{\frac{\kappa}{\kappa-1} + \frac{\varphi}{\varphi-1}\ln\psi}$$

mit $\kappa = c_p/c_v$ und $R = c_p - c_v$.

4) Nassdampf wird in einem Ventil von $p_1 = 8$ bar auf p_2 adiabat gedrosselt. Hinter dem Ventil liegt gesättigter Dampf mit einer Temperatur von $\vartheta_2 = 110\,°\mathrm{C}$ vor.

a) Wie groß ist der Druck p_2?

b) Wie groß ist die Temperatur ϑ_1 vor dem Ventil?

c) Bestimmen Sie den Dampfgehalt x_1 des Nassdampfes vor dem Ventil.

d) Skizzieren Sie diesen Vorgang in einem p,v-Diagramm.

e) Bestimmen Sie die Änderung der spezifischen inneren Energie, $u_2 - u_1$.

Lösung:

a) Dampftabelle: $\vartheta_2 = 110\,°\mathrm{C} \quad \Rightarrow p_2 = 1{,}43\,\mathrm{bar}$.

b) Dampftabelle: $p_1 = 8\,\mathrm{bar} \quad \Rightarrow \vartheta_1 = 170\,°\mathrm{C}$.

c) Die adiabate Drosselung ist ein isenthalper Prozess, $h_1 = h_2$. Im Zustand 2 liegt gesättigter Dampf vor, $h_2 = h_2'' = 2691{,}3\,\mathrm{kJ/kg}$. Für den Zustand 1 gilt $h_1 = (1 - x_1)h_1' + x_1 h_1''$, somit nach Umformung

$$x_1 = \frac{h_1 - h_1'}{h_1'' - h_1'} = \frac{h_1 - h_1'}{r_1} = \frac{2691{,}3 - 719{,}1}{2048} = 0{,}963.$$

d) $u_2 - u_1 = h_2 - p_2 v_2 - (h_1 - p_1 v_1) = p_1 v_1 - p_2 v_2''$

$$v_1 = (1 - x_1)v_1' + x_1 v_1'' = 0{,}037 \cdot 1{,}1145 \cdot 10^{-3} + 0{,}963 \cdot 0{,}2426 = 0{,}2337\ \mathrm{kg/m^3}$$

$$p_1 v_1 - p_2 v_2'' = 8 \cdot 10^5 \cdot 0{,}2337 - 1.433 \cdot 10^5 \cdot 1{,}201 = 1{,}486 \cdot 10^4 = 14{,}86\ \mathrm{kJ/kg}$$

5) Drei Körper (gleiche Wärmekapazitäten) sind mit reversibel arbeitenden Wärmekraft- und Kältemaschinen, die beliebig angeordnet zwischen den Körpern arbeiten können, verbunden.
Die Temperaturen der Körper betragen in einem Ausgangszustand:
$T_1 = 300$ K, $T_2 = 300$ K, $T_3 = 100$ K.
Berechnen Sie die Temperaturen der Körper, wenn die Temperatur eines der drei Körper $T^* = 400$ K beträgt.

Lösung:

- Endzustand: Temperaturen : T_1^*, T_2^*, $T_3^* = 400\,\mathrm{K}$.
- 1. Hauptsatz: Gesamtenergie bleibt gleich.

$$U^* - U = C(T_1^* - T_1) + C(T_2^* - T_2) + C(T_3^* - T_3) = 0$$

- 2. Haupsatz: Da die Zustandsänderung reversibel ist, und das System bestehend aus den drei Körpern und den Carnotmaschinen isoliert ist, bleibt die Gesamtentropie gleich.

$$S^* - S = C \ln T_1^*/T_1 + C \ln T_2^*/T_2 + C \ln T_3^*/T_3 = C \ln \frac{T_1^* T_2^* T_3^*}{T_1 T_2 T_3} = 0$$

- Mit $T_3^* = 400\,\mathrm{K}$ gilt

$$T_1^* + T_2^* = T_1 + T_2 + T_3 - T_3^* = 300\,\mathrm{K}$$
$$T_1^* T_2^* = T_1 T_2 T_3 / T_3^* = 22500\,\mathrm{K}^2$$

- Einsetzen der ersten in die zweite Gleichung führt auf eine quadratische Gleichung für T_1 mit der Lösung

$$T_1 = T_2 = 150\,\mathrm{K}$$

6) Wieviel Wärme Q_{12} kann feuchter Luft der Trockenluftmasse $m = 50$ kg und der Temperatur $\vartheta_1 = 20°\text{C}$ mit einem Wassergehalt $x = 0{,}008$ bis zum Eintritt der Sättigung ($p = 1$ bar) entzogen werden?

$$c_{p\text{L}} = 1 \text{ kJ/kgK}, \quad c_{p\text{D}} = 1{,}86 \text{ kJ/kgK}$$

$$x_\text{D} = 0{,}622 \frac{p_\text{D}}{p - p_\text{D}}$$

Dampfdruck-
tabelle für
Wasser:

ϑ °C	p_s mbar
0	6,11
1	6,57
2	7,06
3	7,58
4	8,13
5	8,72
6	9,35
7	10,02
8	10,72
9	11,48
10	12,28
11	13,12
12	14,02
13	14,97
14	15,98
15	17,05
16	18,17
17	19,37
18	20,63
19	21,96
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09
25	31,66
26	33,60
27	35,64
28	37,78
29	40,04
30	42,41
...	....
50	123,35

Lösung:

Sättigung tritt ein bei $x = x_s$, daraus folgt für den Sättigungsdruck:

$$p_s = \frac{p}{1 + 0{,}622/x} = 12{,}70\,\text{mbar},$$

und mithilfe der Dampfdrucktabelle folgt $\vartheta_s = 10{,}5°\text{C}$.

$$h_{(1+x),\,1} = (c_{p,\text{L}} + x c_{p,\text{D}})\vartheta_1 + x r_0$$

$$h_{(1+x),\,2} = (c_{p,\text{L}} + x_s c_{p,\text{D}})\vartheta_s + x_s r_0$$

$$Q_{12} = m(h_{(1+x),\,2} - h_{(1+x),\,1}) = -m(c_{p,\text{L}} + x c_{p,\text{D}})(\vartheta_1 - \vartheta_2) = -482{,}1\,\text{kJ}$$