

- 2) Eine Maschine mit idealem Gas geg. konstanter spezifischer Wärmekapazitäten als Arbeitsmedium arbeitet nach folgendem reversiblen Kreisprozess:

- 1 → 2 adiabate Expansion von v_1 auf v_2 ;
- 2 → 3 isotherme Verdichtung;
- 3 → 1 isochore Verdichtung (Druck steigt).

- a) Stellen Sie diesen Prozess in einem p,v - bzw. T,s - Diagramm dar und zeichnen Sie die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmen ein.
- b) Handelt es sich um eine Wärmekraftmaschine oder eine Wärmepumpe?
- c) Berechnen Sie die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmen.
- d) Berechnen Sie den Wirkungsgrad als Funktion von T_1 und T_2 .

Lösung:

b) Wärmekraftmaschine.

c) $q_{ab} = q_{23}$; 1. HS, isotherm: $u_3 - u_2 = 0 = q_{23} + w_{23} \Rightarrow q_{23} = -w_{23}$;

$$w_{23} = - \int_{v_2}^{v_3} p dv = -RT_2 \ln \frac{v_3}{v_2}; \quad \frac{v_3}{v_2} = \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{-1/(\kappa-1)}$$

$$\Rightarrow q_{23} = \frac{-RT_2}{\kappa - 1} \ln \frac{T_1}{T_2} = -c_v T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}$$

oder:

$$q_{23} = T_2(s_3 - s_2) = T_2(s_3 - s_1); \quad 3 \rightarrow 1 \text{ isochor, } d_e q = du = c_v dT \Rightarrow s_3 - s_1 = c_v \ln \frac{T_1}{T_3} = c_v \ln \frac{T_1}{T_2}$$

$$q_{zu} = q_{31}; \text{ isochor, } d_e q = c_v dT \Rightarrow q_{31} = c_v(T_1 - T_3) = c_v(T_1 - T_2)$$

$$w_0 = -q_{zu} - q_{ab} = -c_v \left(T_1 - T_2 - T_2 \ln \frac{T_1}{T_2} \right)$$

d)

$$\eta = \frac{|w_0|}{q_{zu}} = 1 - \frac{T_2 \ln(T_1/T_2)}{T_1 - T_2}$$

- 3) Ein fester Körper mit der Wärmekapazität C_p wird mit einer als Kältemaschine betriebenen Carnotmaschine ausgehend von der Umgebungstemperatur T_U isobar auf die Temperatur T_0 abgekühlt. Die Antriebsleistung der Kältemaschine sei P . Berechnen Sie, wie lange es dauert, bis die Temperatur T_0 erreicht wird.

Lösung:

Carnotmaschine:

$$dS = 0 = \frac{d_e Q_{zu}}{T_{zu}} + \frac{d_e Q_{ab}}{T_{ab}}; \quad T_{zu} = T, T_{ab} = T_U, d_e Q_{zu} = -C_p dT, d_e W_0 = P dt$$

$$d_e Q_{ab} + d_e Q_{zu} + d_e W_0 = 0 \Rightarrow d_e Q_{ab} = C_p dT - P dt$$

$$\text{einsetzen: } 0 = -\frac{C_p}{T} dT + \frac{C_p}{T_U} dT - \frac{P}{T_U} dt \Rightarrow \frac{P t}{T_U} = -C_p \ln \frac{T_0}{T_U} + \frac{C_p}{T_U} (T_0 - T_U)$$

$$t = \frac{C_p}{P} \left(T_U \ln \frac{T_U}{T_0} - T_U + T_0 \right)$$

- 4) Gegeben ist ein mit flüssigem Wasser gefüllter Kessel ($V_K = 100 \text{ l}$) in folgendem Zustand:
 $p_1 = 1 \text{ bar}$, $\vartheta_1 = 20 \text{ °C}$, $m_W = 100 \text{ kg}$.

Stoffwerte: $c_v = 4,19 \text{ kJ/kgK}$; isobarer Volumenausdehnungskoeffizient: $\beta_p = 0,3 \times 10^{-3} \text{ K}^{-1}$;
isotherme Kompressibilität: $\chi_T = 45 \times 10^{-6} \text{ bar}^{-1}$.

- Auf welche Temperatur ϑ_2 darf das Wasser höchstens erwärmt werden, damit der zulässige Kesseldruck $p_{\text{zul}} = 40 \text{ bar}$ nicht überschritten wird?
- Wie groß ist die Erhöhung der Enthalpie $H_2 - H_1$ des Wassers?
- Wie groß ist die zur Temperaturerhöhung benötigte Wärmemenge Q_{12} ?

(Die Ausdehnung der Kesselwände kann vernachlässigt werden.)

Lösung:

a)

$$\frac{dv}{v} = 0 = \beta_p dT - \chi_T dp \rightarrow \Delta T = \frac{\chi_T}{\beta_p} \Delta p = 5,85 \text{ K}; \quad \vartheta_2 = 25,85 \text{ °C}$$

b)

$$H_2 - H_1 = U_2 - U_1 + V(p_2 - p_1) = m_W c_v (T_2 - T_1) + V(p_2 - p_1) = 2841 \text{ kJ}$$

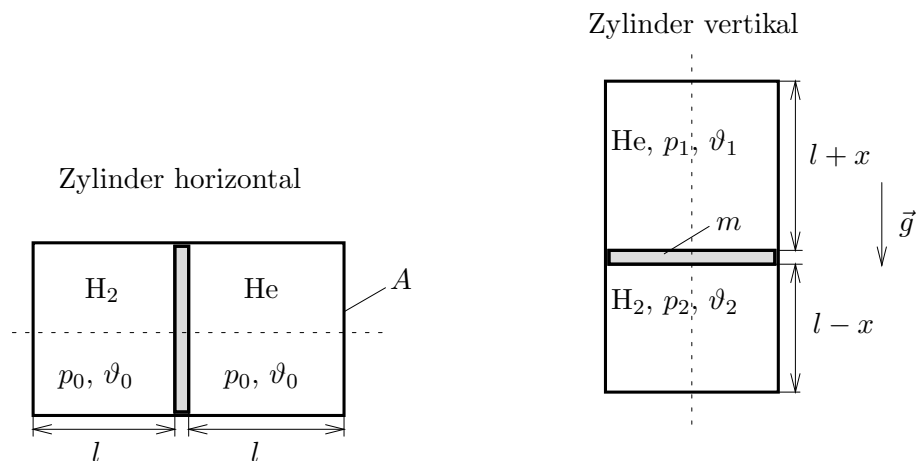
c)

$$Q = m_W c_v (T_2 - T_1) = 2451 \text{ kJ}$$

- 5) Ein Zylinder laut Skizze besitzt eine Querschnittsfläche von $A = 0,01 \text{ m}^2$ und ist durch einen reibungslos verschiebbaren Kolben in zwei gleich lange ($l = 2,5 \text{ m}$) Teile geteilt. Ein Teil ist mit Wasserstoff (H_2), der andere mit Helium (He) gefüllt. Die Temperatur in beiden Teilen ist $\vartheta_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ und es herrscht ein Druck von $p_0 = 1 \text{ bar}$. Der Zylinder wird langsam um 90° gedreht (Zylinderachse vertikal). Aufgrund der Schwerkraft wird eine Verschiebung des Kolbens um $x = 1,5 \text{ mm}$ von seiner Ausgangslage gemessen (Skizze). Berechnen Sie unter den Annahmen, dass sich sowohl Wasserstoff als auch Helium wie ideale Gase konstanter spezifischer Wärmekapazitäten verhalten, die Wände des Zylinders ebenso wie der Kolben adiabat sind und die Massen der Gase gegenüber der Masse des Kolbens vernachlässigt werden können:

- Die Drücke p_1, p_2 ,
- die Masse m des Kolbens und
- die Temperaturen T_1, T_2 .

geg.: $\kappa_{\text{He}} = 5/3, \kappa_{\text{H}_2} = 7/5, g = 9,81 \text{ m/s}^2$; Skizze qualitativ!



Lösung:

- a) $0 \rightarrow 1, 0 \rightarrow 2$ isentrop:

$$p_0 V_0^{\kappa_{\text{He}}} = p_1 V_1^{\kappa_{\text{He}}}, p_0 V_0^{\kappa_{\text{H}_2}} = p_2 V_2^{\kappa_{\text{H}_2}}; \quad V_0 = Al, V_1 = A(l+x), V_2 = A(l-x)$$

$$p_1 = p_0 \left(\frac{V_0}{V_1} \right)^{\kappa_{\text{He}}} = p_0 \left(\frac{l}{l+x} \right)^{\kappa_{\text{He}}} = 0,999 \text{ bar}, \quad p_2 = p_0 \left(\frac{l}{l-x} \right)^{\kappa_{\text{H}_2}} = 1,00084 \text{ bar}.$$

- b)

$$mg = A(p_2 - p_1) \Rightarrow m = \frac{0,01 \cdot 184}{9,81} = 0,188 \text{ kg}$$

- c)

$$\frac{p_0 V_0}{T_0} = \frac{p_1 V_1}{T_1} \Rightarrow T_1 = T_0 \frac{p_1 V_1}{p_0 V_0} = 293,03 \text{ K}; \quad T_2 = T_0 \frac{p_2 V_2}{p_0 V_0} = 293,22 \text{ K}$$

- 6) Ein Zylinder ist mit einem reibungsfrei beweglichen, masselosen Kolben verschlossen. Im Zylinder befindet sich ein Gemisch aus flüssigem und dampfförmigem Wasser. Das Volumen des Zylinders beträgt in einem Ausgangszustand 1 $V_1 = 10 \text{ m}^3$, bei einem Füllgrad $\varphi_1 = V'_1/V_1 = 0,05$. Der Umgebungsdruck beträgt 1 bar und ist konstant. Über eine Leitung werden dem Zylinder nun $m_{\text{zu}} = 10 \text{ kg}$ Wasserdampf mit einem Druck $p_{\text{zu}} = 2 \text{ bar}$ und einer spezifischen Enthalpie $h_{\text{zu}} = 3040 \text{ kJ/kg}$ zugeführt, bis ein Endzustand 2 erreicht wird.

Berechnen Sie die zu- oder abzuführende Wärmemenge Q_{12} damit $\varphi_2 = V'_2/V_2 = \varphi_1$ ist.

ϑ °C	p bar	v' dm ³ /kg	v'' m ³ /kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg	r kJ/kg
100	1,0	1,0437	1,6730	419,1	2676,0	2256,9
110	1,43	1,0519	1,2010	461,3	2691,3	2230,0
120	2,0	1,0606	0,8915	503,7	2706,0	2202,3

Lösung:

1. HS für offene Systeme, Volumenänderungsarbeit berücksichtigen: $dU = d_e Q - p dV + d_e^{(m)} H_{\text{ges}}$

$$U_2 - U_1 = Q_{12} - p(V_2 - V_1) + m_{\text{zu}} h_{\text{zu}} \quad \Rightarrow \quad Q_{12} = H_2 - H_1 - m_{\text{zu}} h_{\text{zu}}$$

Volumen der flüssigen Phase:

$$V'_1 = m'_1 v_1 = \varphi V_1, \quad m'_1 = V'_1/v'_1 = 479,06 \text{ kg}, \quad m''_1 = (1 - \varphi)V_1/v''_1 = 5,678 \text{ kg}; \quad m_1 = 484,74 \text{ kg}$$

wegen $p_1 = p_2$ ist $v'_1 = v'_2$ und $v''_1 = v''_2$, aus $\varphi_1 = \varphi_2$ folgt $x_1 = x_2 = m'_1/m_1 = 0,01172$

$$h_1 = h_2 = 445,54 \text{ kJ/kg}$$

$$H_1 = m_1 h_1, \quad H_2 = (m_1 + m_{\text{zu}}) h_2$$

$$Q_{12} = (m_1 + m_{\text{zu}}) h_1 - m_1 h_1 - m_{\text{zu}} h_{\text{zu}} = m_{\text{zu}} (h_1 - h_{\text{zu}}) = -25,94 \text{ MJ}$$