2) In einem Zylinder, der mit einem beweglichen Kolben verschlossen ist, befindet sich Gas in einem Ausgangszustand 1. Durch einen irreversiblen Prozess wird das Gas in einen Zustand 2 übergeführt, wobei sich die innere Energie des Gases um 30 kJ erhöht. Während dieses Prozesses werden dem Gas 100 kJ Wärme aus einem Energiespeicher mit der Temperatur $\vartheta = 280\,^\circ$C zugeführt. Anschließend wird das Gas mittels eines reversiblen Prozesses in den Ausgangszustand zurückgeführt, wobei Wärme wieder nur zwischen dem Gas und dem Energiespeicher ausgetauscht wird. Nach beiden Prozessen hat sich die Entropie des Energiespeichers um 20 J/K erhöht.

Berechnen Sie

a) die vom System Gas während des ersten (irreversiblen) Prozesses verrichtete Arbeit;

b) die zwischen dem Gas und dem Energiespeicher während des zweiten (reversiblen) Prozesses ausgetauschte Wärmemenge;

c) die vom Gas während des zweiten Prozesses verrichtete Arbeit.

Lösung:

Notation: irreversibler Prozess: $1 \to 2$; reversibler Prozess: $2 \to 3$. Zustand 3 = Zustand 1.

$1 \to 2$: 1. HS: $U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12}$; $U_2 - U_1 = 30$ kJ; $W_{12} = 100$ kJ.

$$W_{12} = 30 - 100 = -70 \text{ kJ}$$

$2 \to 3$: $U_3 - U_2 = -30$ kJ; Für Anwendung des 1. HS Q_{23} aus der Entropieänderung des Energiespeichers berechnen. $T_{\text{E.-Speicher}} = const. = 553{,}15$ K.

$$\text{2. HS: } S_3 - S_1 = -Q_{12}/T - Q_{23}/T \text{ (minus, weil } Q_{\text{Gas}} = -Q_{\text{E.-Speicher}})$$

$$Q_{23} = -553{,}15 \cdot 20 - 100 \cdot 10^3 = -111{,}06 \text{ kJ}$$

$$W_{23} = U_3 - U_2 - Q_{23} = -30 + 111{,}06 = 81{,}06 \text{ kJ}$$

3) Ein ideales Gas konstanter spezifischer Wärmekapazitäten (geg.: κ, R) durchläuft folgenden Kreisprozess (geg.: p_1, v_1, p_2):

$1 \to 2$ reversible Kompression, wobei die Zustandsänderung durch die Gleichung $pv^n = const.$, mit $1 < n < \kappa$, beschrieben werden kann;

$2 \to 3$ isobare Expansion;

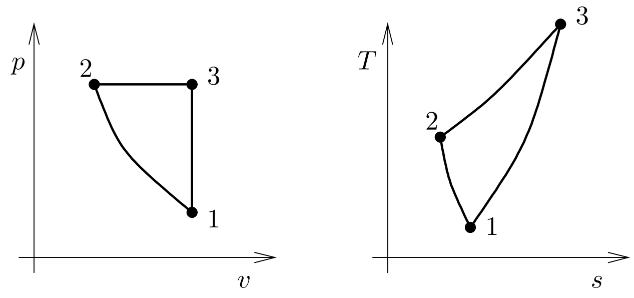
$3 \to 1$ isochore Wärmeabgabe.

a) Zeichnen Sie den Kreisprozess in ein p,v- und ein T,s-Diagramm ein.

b) Berechnen Sie die zu- und abgeführten Wärmen q_{zu} und q_{ab}.

c) Berechnen Sie den thermischen Wirkungsgrad η als Funktion von n und $\psi = p_1/p_2$.

Lösung:

a) 

b) Zustandsänderung $1 \to 2$: $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{n}} = \frac{v_2}{v_1}$; $RT_2 = p_2 v_2 = p_1 v_1 \psi^{\frac{1}{n}-1}$

Zustandsänderung $2 \to 3$ bzw. $1 \to 3$: $p_2 = p_3, \quad v_1 = v_3; \qquad RT_3 = p_3 v_3 = p_2 v_1$

$$q_{\text{zu}} = q_{23} > 0 \qquad q_{\text{ab}} = -q_{13} + q_{12} < 0$$

$$q_{13} = c_v(T_3 - T_1) = \frac{1}{\kappa - 1} p_1 v_1 (\psi^{-1} - 1) > 0$$

$$q_{23} = c_p(T_3 - T_2) = \frac{\kappa}{\kappa - 1} p_1 v_1 (\psi^{-1} - \psi^{\frac{1}{n}-1}) > 0$$

$$\mathrm{d_e}q = \mathrm{d}u + p\mathrm{d}v \quad \Rightarrow \quad q_{12} = c_v(T_2 - T_1) + p_1 v_1^n \int_{v_1}^{v_2} v^{-n} dv = p_1 v_1 \left(\psi^{\frac{1}{n}-1} - 1\right)\left(\frac{1}{\kappa - 1} - \frac{1}{n-1}\right) < 0$$

c)

$$\eta = 1 - \frac{|q_{\text{ab}}|}{q_{\text{zu}}} = 1 - \frac{1}{\kappa}\left(1 - \frac{\kappa - 1}{n - 1}\frac{\psi - \psi^{\frac{1}{n}}}{1 - \psi^{\frac{1}{n}}}\right)$$

4) Ein Gemisch von flüssigem und dampfförmigen Wasser (Anfangszustand 1: $m_1 = 2500$ kg, $p_1 = 2$ bar, $V_1 = 15$ m^3) wird mit 1000 kg siedendem Wasser gleichen Druckes isobar gemischt. Das gesamte Gemisch (Zustand 2) wird anschließend auf den Druck $p_3 = 1$ bar adiabat gedrosselt (Zustand 3).

a) Ermitteln Sie das spezifische Volumen v_1, die Temperatur ϑ_1, den Dampfgehalt x_1 und die Dampfmasse $m_{D,1}$.

b) Welcher Dampfgehalt x_2 stellt sich im gemischten Zustand 2 ein und welche spezifische Enthalpie h_2 hat das Gemisch?

c) Wie groß ist der Dampfgehalt x_3 im Endzustand 3 und welche Dichte ρ_3 besitzt das Gemisch?

Dampftafel siehe letzte Seite.

Lösung:

a) Zustand 1: $p_1 \approx 1{,}985$ bar $\Rightarrow \vartheta_1 = 120\,°\mathrm{C}$.

$$v_1 = \frac{V_1}{m_1} = \frac{15}{2500} = 6 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m^3/kg};$$

$$x_1 = \frac{v_1 - v_1'}{v_1'' - v_1'} = \frac{(6 - 1{,}06) \cdot 10^{-3}}{0{,}8915 - 1{,}06 \cdot 10^{-3}} = 5{,}55 \cdot 10^{-3}; \quad m_{D,1} = x_1 m_1 = 13{,}9\ \mathrm{kg}$$

b) $1 \rightarrow 2$: Das siedende Wasser ändert seinen Zustand beim Zumischen nicht und bleibt einfach als siedendes Wasser erhalten.

$$\Rightarrow x_2 = \frac{m_{D,1}}{m_1 + m_W} = \frac{13{,}9}{3500} = 3{,}97 \cdot 10^{-3};$$

$$h_2 = (1 - x_2)h_2' + x_2 h_2'' = 0{,}99703 \cdot 503{,}7 + 3{,}97 \cdot 10^{-3} \cdot 2706 = 512{,}93\ \mathrm{kJ/kg}.$$

c) adiabate Drosselung: $h_3 = h_2$,

$$x_3 = \frac{h_2 - h_3'}{h_3'' - h_3'} = \frac{512{,}93 - 419{,}1}{2676 - 419{,}1} = 0{,}0416;$$

$$v_3 = (1 - x_3)v_3' + x_3 v_3'' = 0{,}9584 \cdot 1{,}0437 + 0{,}0416 \cdot 1{,}673 \cdot 10^{-3} = 70{,}6\ \mathrm{dm^3/kg}, \quad \rho_3 = 14{,}2\ \mathrm{kg/m^3}.$$

5) Eine Sauna ($V = 5$ m^3) wird ausgehend von $\vartheta_1 = 20\,°$C, $\varphi_1 = 0{,}3$ auf $\vartheta_2 = 95\,°$C isobar bei $p = 1$ bar aufgeheizt.

a) Welche relative Luftfeuchtigkeit φ_2 und welcher Sättigungsgrad ψ_2 wird dabei erreicht?

b) Berechnen Sie die Masse der trockenen Luft m_L, die sich im Zustand 2 in der Sauna befindet.

c) Welche relative Feuchtigkeit φ_3 stellt sich ein, wenn dem Raum beim Aufguss 0,3 Liter Wasser zugeführt werden, wobei die Temperatur auf $\vartheta_3 = 92$ °C sinkt? (Annahme: isobare Zustandsänderung.)

d) Wie groß ist die Wärmemenge Q_{23}, die der feuchten Luft während des Aufgusses zugeführt werden muss?

$\mathcal{M}_\mathrm{L} = 29$ g/mol, $\mathcal{M}_\mathrm{D} = 18$ g/mol, $\mathcal{R} = 8314$ J/kmolK; $c_{p,\mathrm{L}} = 1{,}0$ kJ/kgK, $c_{p,\mathrm{D}} = 1{,}9$ kJ/kgK, $r_0 = 2500$ kJ/kg; Zustand des Wassers: $\rho_\mathrm{W} = 962$ kg/m^3, $h_\mathrm{W} = 398$ kJ/kg. $\quad x_\mathrm{D} = \dfrac{\mathcal{M}_\mathrm{D}}{\mathcal{M}_\mathrm{L}} \dfrac{p_\mathrm{D}}{p - p_\mathrm{D}}$.

Dampfdrucktabelle für Wasser:

ϑ °C	p_s mbar
0	6,11
1	6,57
2	7,06
3	7,58
4	8,13
15	17,05
16	18,17
17	19,37
18	20,63
19	21,96
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09
25	31,66
90	701,1
91	728,1
92	756,1
93	784,9
94	814,6
95	845,3
96	876,9
97	909,4
98	943,0
99	977,6

Lösung:

a)

$$\varphi = \frac{p_\mathrm{D}}{p_\mathrm{s}};\ p_\mathrm{s}(20\,°\mathrm{C}) = 23{,}38\ \mathrm{mbar} \quad \Rightarrow \quad p_{\mathrm{D},1} = 0{,}3 \cdot 23{,}38 = 7{,}014\ \mathrm{mbar}.$$

$$x_{\mathrm{D},1} = \frac{18}{29}\frac{7{,}014 \cdot 10^{-3}}{0.993} = 4{,}384 \cdot 10^{-3}$$

$1 \to 2$: $x_{\mathrm{D},2} = x_{\mathrm{D},1}$, $p_2 = p_1 \quad \Rightarrow \ p_{\mathrm{D},2} = p_{\mathrm{D},1}$;

$$\varphi_2 = \frac{p_{\mathrm{D},2}}{p_{\mathrm{s},2}} = \frac{7{,}014}{845{,}3} = 8{,}298 \cdot 10^{-3}$$

$$x_{\mathrm{s},2} = \frac{18}{29}\frac{845{,}3}{154{,}7} = 3{,}39 \quad (>1 \text{ weil auf } m_\mathrm{L}, \text{ nicht auf Gesamtmasse bezogen})$$

$$\psi_2 = \frac{x_{\mathrm{D},2}}{x_{\mathrm{s},2}} = \frac{4{,}384 \cdot 10^{-3}}{3{,}39} = 1{,}29 \cdot 10^{-3}$$

b)

$$p_\mathrm{L} V_\mathrm{L}/m_\mathrm{L} = \frac{R}{\mathcal{M}_\mathrm{L}} T_2; \quad m_\mathrm{L} = \frac{(1 - 7 \cdot 10^{-3}) \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 29}{8314 \cdot (273{,}15 + 95)} = 4{,}704\ \mathrm{kg}.$$

c)

$$x_{\mathrm{D},3} = \frac{m_{\mathrm{D},2} + m_\mathrm{W}}{m_\mathrm{L}} = x_{\mathrm{D},2} + \frac{m_\mathrm{W}}{m_\mathrm{L}} = 4{,}384 \cdot 10^{-3} + \frac{0{,}3 \cdot 0{,}962}{4{,}704} = 0{,}0657;$$

$$p_{\mathrm{D},3} = p\left(\frac{\mathcal{M}_\mathrm{D}}{\mathcal{M}_\mathrm{L} x_\mathrm{D}} + 1\right)^{-1} = \left(\frac{18}{29 \cdot 0{,}0657} + 1\right)^{-1} = 95{,}7\ \mathrm{mbar}, \quad \varphi_3 = \frac{95{,}7}{756{,}1} = 0{,}127$$

d) isobare ZÄ: $Q_{23} = H_3 - H_2$, $H_2 = m_\mathrm{L} h_{1+x,2} + m_\mathrm{W} h_\mathrm{W}$, $H_3 = m_\mathrm{L} h_{1+x,3}$;

$$H_2 = m_\mathrm{L}[(c_{p,\mathrm{L}} + x_{\mathrm{D},2} c_{p,\mathrm{D}})\vartheta_2 + x_{\mathrm{D},2} r_0] + m_\mathrm{W} h_\mathrm{W};$$

$$H_3 = m_\mathrm{L}[(c_{p,\mathrm{L}} + x_{\mathrm{D},3} c_{p,\mathrm{D}})\vartheta_3 + x_{\mathrm{D},3} r_0]; \text{ mit } x_{\mathrm{D},3} = x_{\mathrm{D},2} + \tfrac{m_\mathrm{W}}{m_\mathrm{L}}$$

$$Q_{23} = m_\mathrm{L}(c_{p,\mathrm{L}} + x_{\mathrm{D},2} c_{p,\mathrm{D}})(\vartheta_3 - \vartheta_2) + m_\mathrm{W} c_{p,\mathrm{D}} \vartheta_3 + m_\mathrm{W} r_0 - m_\mathrm{W} h_\mathrm{W}$$

$$= 4{,}704(1 + 4{,}38 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}9)(-3) + 0{,}3 \cdot 0{,}962(1{,}9 \cdot 92 + 2500 - 398) = 643\ \mathrm{kJ}.$$

6) Ein Behälter A enthält in einem Ausgangszustand 1 10 kg flüssiges Wasser mit einer Temperatur $\vartheta_{A,1} = 0\,°C$. Der Behälter A ist über eine diatherme Wand mit einem Behälter B verbunden. Im Ausgangszustand 1 enthält der Behälter B 8 kg flüssiges Wasser und 2 kg Eis. In beiden Behältern bleibt der Druck konstant. Über einen elektrischen Widerstand werden dem Behälter A 1000 kJ Wärme zugeführt, sodass ein Zustand 2 erreicht wird. Das Gesamtsystem bestehend aus beiden Behältern ist von der Umgebung isoliert. Berechnen Sie

   a) die Temperatur in beiden Behältern im Zustand 2;

   b) die Entropieänderung im Behälter A durch die Zustandsänderung $1 \to 2$;

   c) die Entropieänderung im Behälter B durch die Zustandsänderung $1 \to 2$;

   d) die Entropieänderung des Gesamtsystems.

   spezifische isobare Wärmekapazität von flüssigem Wasser: 4,19 kJ/kgK;
   Schmelzenthalpie von Wasser: 333,5 kJ/kg.

   Lösung:

   a) isobare Zustandsänderung, $\mathrm{d}H = \mathrm{d_e}Q \quad \Rightarrow H_2 - H_1 = Q_{12}$.
   Falls das Eis zur Gänze schmilzt, gilt $H_2 - H_1 = l_0 m_\mathrm{E} + (m_\mathrm{A} + m_\mathrm{B})c_p\vartheta_2$.

$$\vartheta_2 = \frac{1000 - 2 \cdot 333{,}5}{4{,}19(2+8+10)} = 3{,}974\,°\mathrm{C}. \text{ ($\vartheta_2 > 0$, das Eis schmilzt vollständig.)}$$

   b) $T_\mathrm{d}S = \mathrm{d_e}Q = \mathrm{d}H$; $\mathrm{d}H = mc_p\mathrm{d}T$ für Wasser und $\mathrm{d}H = -l_0\mathrm{d}m_\mathrm{E}$ für Eis.

$$\mathrm{d}S = mc_p\frac{\mathrm{d}T}{T} - \frac{l_0}{T_0}\mathrm{d}m_\mathrm{E}; \quad S_2 - S_1 = mc_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{l_0}{T_0}(m_{\mathrm{E},2} - m_{\mathrm{E},1}).$$

$$S_{\mathrm{A},2} - S_{\mathrm{A},1} = 10 \cdot 4{,}19 \ln\left(\frac{277{,}12}{273{,}15}\right) = 0{,}605 \text{ kJ/K}.$$

   c)

$$S_{\mathrm{B},2} - S_{\mathrm{B},1} = 10 \cdot 4{,}19 \ln\left(\frac{277{,}12}{273{,}15}\right) + \frac{333{,}5}{273{,}15}2 = 3{,}05 \text{ kJ/K}.$$

   d)

$$S_2 - S_1 = 0{,}605 + 3{,}05 = 3{,}65 \text{ kJ/K}.$$