Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik, 05.08.2005 Teil 1

Lösungen

B1 Zwei Behälter A und B, die durch eine sehr kleine Öffnung verbunden sind, enthalten ideales Gas. Das Verhältnis der Volumina der beiden Kessel beträgt: $V_{\mathrm{A}}/V_{\mathrm{B}} = 4$. Das Gas im Ausgangszustand befindet sich im thermodynamischen Gleichgewichtszustand bei einer Temperatur von $T = T_1$ und einem Druck von $p = p_1$. Die Temperatur im Behälter A wird nun auf $T_2 > T_1$ erhöht, im Behälter B bleibt sie unverändert. Nachdem sich ein stationärer Zustand eingestellt hat, beträgt der Druck in den Behältern $p_2 = 2p_1$. Berechnen Sie das Verhältnis von T_2 zu T_1.

Lösung:

Im Zustand 2 herrscht im Behälter B die Temperatur T_2, im Behälter A die Temperatur T_1. Mit der Zustandsgleichung für ein ideales Gas erhält man

$$m_{\mathrm{A},1} = p_1 V_{\mathrm{A}}/(RT_1), \quad m_{\mathrm{B},1} = p_1 V_{\mathrm{B}}/(RT_1),$$

$$m_{\mathrm{A},2} = p_2 V_{\mathrm{A}}/(RT_2), \quad m_{\mathrm{B},2} = p_2 V_{\mathrm{B}}/(RT_1)$$

Die Massenerhaltung verlangt $m_{\mathrm{A},1} + m_{\mathrm{B},1} = m_{\mathrm{A},2} + m_{\mathrm{B},2}$, somit nach Substitution

$$\frac{p_1 V_{\mathrm{A}}}{RT_1} + \frac{p_1 V_{\mathrm{B}}}{RT_1} = \frac{p_2 V_{\mathrm{A}}}{RT_2} + \frac{p_2 V_{\mathrm{B}}}{RT_1} \qquad \Big| \times \frac{RT_1}{p_1 V_{\mathrm{B}}}$$

$$\frac{V_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{B}}} + 1 - \frac{p_2}{p_1} = \frac{T_1}{T_2}\frac{p_2}{p_1}\frac{V_{\mathrm{A}}}{V_{\mathrm{B}}}$$

$$\Rightarrow \underline{\frac{T_2}{T_1} = \frac{2 \cdot 4}{4 + 1 - 2} = \frac{8}{3}}$$

B2 Vom skizzierten, idealisierten Dieselprozeß einer Verbrennungskraftmaschine, deren Arbeitsmedium ein ideales Gas konstanter spezifischer Wärmekapazitäten (geg.: R, κ) ist, sind p_1, T_1, V_1, V_3, $V_4 = V_1$ und p_3 bekannt.

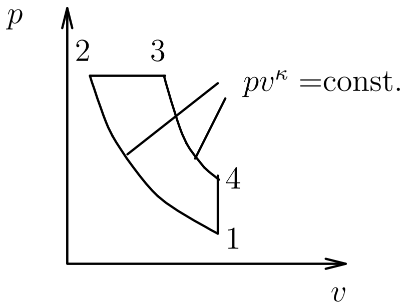
a) Zeichnen Sie den Prozeß in ein T,s-Diagramm ein. Skizzieren Sie in den Diagrammen die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmemengen.

b) Berechnen Sie die isochore Wärmekapazität c_v und die im Zylinder befindliche Gasmasse m.

c) Berechnen Sie Druck p_4 und Temperatur T_4 im Zustand 4.

d) Wie groß ist die beim Prozeß $3 \to 4$ verrichtete spezifische Volumenänderungsarbeit w_{34}?

e) Wie groß ist die beim Prozeß $4 \to 1$ ausgetauschte spezifische Wärmemenge q_{41}?



Lösung

b)

$$m = \frac{p_1 V_1}{R T_1}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}, \quad R = c_p - c_v \quad \Rightarrow \quad c_v = \frac{R}{\kappa - 1}$$

c)

$$p_4 = p_3 \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa}$$

$$\Rightarrow \quad T_4 = \frac{p_4 v_1}{R} = T_3 \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa - 1} \qquad \text{mit} \quad T_3 := \frac{p_3 V_3}{m R}$$

d) Prozess $3 \to 4$: $\quad p_3 v_3^{\kappa} = p v^{\kappa}$

$$w_{34} = -\int_{v_3}^{v_1} p \, \mathrm{d}v = \frac{R T_3}{\kappa - 1} \left(\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa - 1} - 1 \right) < 0$$

e) Prozess $4 \to 1$: isochore Zustandsänderung für ideales Gas:

$$\mathrm{d}s = \frac{\mathrm{d_e}q}{T} = \frac{c_v \mathrm{d}T}{T}$$

$$\Rightarrow \quad q_{41} = \int_{s_4}^{s_1} T \, \mathrm{d}s = \frac{R T_1}{\kappa - 1} \left(1 - \frac{T_4}{T_1}\right) = \frac{R T_1}{\kappa - 1} \left(1 - \frac{T_3}{T_1} \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa - 1}\right) < 0$$

Prüfung aus
Grundlagen der Thermodynamik für MB (319.009) Teil 2
Thermodynamik für WI (319.018)
05.08.2005

B3 Eis ($m_\mathrm{E} = 1{,}5\,\mathrm{kg}$, $\vartheta_\mathrm{E} = -10\,°\mathrm{C}$) und flüssiges Wasser ($m_\mathrm{W} = 2\,\mathrm{kg}$) werden in einem adiabaten Behälter bei konstantem Druck von $p = 1\,\mathrm{bar}$ gemischt. Berechnen Sie die notwendigen Anfangstemperaturen (ϑ_W1, ϑ_W2) des flüssigen Wassers für zwei verschiedene Endzustände im thermodynamischen Gleichgewicht:

a) Das Eis ist gerade vollständig geschmolzen.

b) Die Massen von Eis und flüssigem Wasser sind die selben wie im Ausgangszustand.

Wieviel Entropie wurde dabei jeweils produziert?

$$c_\mathrm{p,fest} = 2{,}1\,\mathrm{kJ/kgK}, \quad c_\mathrm{p,flüssig} = 4{,}19\,\mathrm{kJ/kgK}, \quad l = 333{,}5\,\mathrm{kJ/kg}.$$

Lösung:

Isobare Zustandsänderung, deshalb $\mathrm{d_e}Q = \mathrm{d}H = \mathrm{d}H_\mathrm{E} + \mathrm{d}H_\mathrm{W} \;\Rightarrow\; H_\mathrm{E1} + H_\mathrm{W1} = H_\mathrm{E2} + H_\mathrm{W2}$.

a)

$$m_\mathrm{E}\left(c_\mathrm{p,\,fest}\vartheta_\mathrm{E} - l\right) + m_\mathrm{W} c_\mathrm{p,\,flüssig}\vartheta_\mathrm{W1} = 0$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\vartheta_\mathrm{W1}} = \frac{-m_\mathrm{E} c_\mathrm{p,fest}\vartheta_\mathrm{E} + l}{m_\mathrm{W} c_\mathrm{p,\,flüssig}} \underline{= 63.4546\,°\mathrm{C}}$$

b)

$$m_\mathrm{E}\left(c_\mathrm{p,\,fest}\vartheta_\mathrm{E} - l\right) + m_\mathrm{W} c_\mathrm{p,\,flüssig}\vartheta_\mathrm{W2} = -m_\mathrm{E} l$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\vartheta_\mathrm{W2}} = \frac{-m_\mathrm{E} c_\mathrm{p,\,fest}\vartheta_\mathrm{E}}{m_\mathrm{W} c_\mathrm{p,\,flüssig}} \underline{= 3.7589\,°\mathrm{C}}$$

Entropieproduktion: Während das Gesamtsystem keine Wärme mit der Umgebung austauscht, wird zwischen Eis und Wasser Wärme ausgetauscht: $\mathrm{d}S = \mathrm{d_e}S + \mathrm{d_i}S$, $\mathrm{d_e}S = 0$, $\mathrm{d_i}S = \mathrm{d}S_\mathrm{E} + \mathrm{d}S_\mathrm{W}$. $\mathrm{d}S_\mathrm{E} = \dfrac{\mathrm{d_e}Q_\mathrm{E}}{T} = \dfrac{\mathrm{d}H_\mathrm{E}}{T}$, $\mathrm{d}S_\mathrm{W} = \dfrac{\mathrm{d}H_\mathrm{W}}{T}$; $\mathrm{d}H_\mathrm{E/W} = m_\mathrm{E/W} c_\mathrm{p,\,fest/flüssig}\mathrm{d}T$.

a) Mit der Schmelzentropie, $S^\mathrm{II} - S^\mathrm{I} = m_\mathrm{E} l / T_\mathrm{m}$, $T_\mathrm{m} = 273.15\,\mathrm{K}$, ergibt sich

$$\underline{S_2 - S_1} = m_\mathrm{E} c_\mathrm{p,\,fest} \ln\left(\frac{T_\mathrm{m}}{T_\mathrm{E}}\right) + m_\mathrm{W} c_\mathrm{p,\,flüssig} \ln\left(\frac{T_\mathrm{m}}{T_\mathrm{W1}}\right) + S^\mathrm{II} - S^\mathrm{I} \underline{= 198.4\,\mathrm{J/K}}$$

b)

$$\underline{S_2 - S_1} = m_\mathrm{E} c_\mathrm{p,\,fest} \ln\left(\frac{T_\mathrm{m}}{T_\mathrm{E}}\right) + m_\mathrm{W} c_\mathrm{p,\,flüssig} \ln\left(\frac{T_\mathrm{m}}{T_\mathrm{W2}}\right) \underline{= 3.0\,\mathrm{J/K}}$$

B4 Feuchte Luft ($m_\mathrm{L} = 30$kg, $p = 1$bar, $\vartheta_1 = 23$°C, $\varphi_1 = 0{,}85$) wird quasistatisch, isobar abgekühlt, sodaß $m_\mathrm{F} = 300$g Kondensat ausfällt.

a) Berechnen Sie den Wassergehalt x_1 sowie den Flüssigkeits- und Dampfgehalt x_{F_2} bzw. x_{D_2}.

b) Berechnen Sie ϑ_2 und geben Sie an, wieviel Wärme entzogen werden muß.

$$c_{p\mathrm{L}} = 1\,\mathrm{kJ/kg\,K}, \quad c_{p\mathrm{D}} = 1{,}86\,\mathrm{kJ/kg\,K}, \quad c_{p\mathrm{F}} = 4{,}19\,\mathrm{kJ/kg\,K}, \quad r_0 = 2501{,}6\,\mathrm{kJ/kg},$$

$$\varphi = p_\mathrm{D}/p_\mathrm{s}, \quad x = 0{,}622\frac{p_\mathrm{D}}{p - p_\mathrm{D}},$$

$$\mathcal{M}_\mathrm{L} = 29\,\mathrm{kg/kmol}, \; \mathcal{R} = 8314\,\mathrm{J/kmolK}.$$

Dampfdruck-tabelle für Wasser:

ϑ °C	p_s mbar
0	6,11
1	6,57
2	7,06
3	7,58
4	8,13
5	8,72
6	9,35
7	10,02
8	10,72
9	11,48
10	12,28
11	13,12
12	14,02
13	14,97
14	15,98
15	17,05
16	18,17
17	19,37
18	20,63
19	21,96
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09
25	31,66

Lösung

a)

$$x_1 = 0{,}622\frac{\varphi p_s(23\,°\mathrm{C})}{p - \varphi p_s(23\,°\mathrm{C})} = 0{,}01521$$

$$x_{F_2} = \frac{m_F}{m_L} = 0{,}01$$

$$x_{D_2} = x_1 - x_{F_2} = 0{,}00521$$

b)

$$x_{D_2} = x_s(\vartheta_2) \Rightarrow p_2 = p_s(\vartheta_2) = \frac{\frac{x_{D_2}}{0{,}622}p}{1 + \frac{x_{D_2}}{0{,}622}} = 8{,}53\,\mathrm{mbar}$$

$$\Rightarrow \vartheta_2 = \vartheta_2(p_2) = 4{,}6\,°\mathrm{C}$$

1. Hauptsatz $H_1 = H_2 + Q_{12}$ (isobare Zustandsänderung):

$$h_{1+x,1} = c_{pL}\vartheta_1 + (c_{pD}\vartheta_1 + r_0)x_1$$

$$h_{1+x,2} = c_{pL}\vartheta_2 + (c_{pD}\vartheta_2 + r_0)x_{D_2} + c_{pF}x_{F_2}\vartheta_2$$

$$\Rightarrow Q_{12} = -m_L(h_{1+x,2} - h_{1+x,1}) = -1315\,\mathrm{kJ}$$

B5 Gegeben ist ein Gemisch ($m = 10$ kg) aus flüssigem und dampfförmigem Wasser bei einem Druck von $p = 10$ bar und einem Dampfgehalt von $x = 0{,}23$.

a) Welcher Druck p_2 stellt sich ein, wenn das Gemisch reversibel adiabat bis zum Sättigungszustand komprimiert wird? Skizzieren Sie den Vorgang in einem p,v-Diagramm und einem T,s-Diagramm.

b) Wieviel gesättigter Dampf muß dem Gemisch bei $p = 10$ bar hinzugefügt werden, damit bei isentroper Kompression auf p_2 (selber Druck wie im vorigen Punkt) nur gesättigter Dampf vorliegt?

Hinweis: Dampftafel auf der letzten Seite der Prüfungsblätter (interpolieren nicht notwendig)

Lösung:

a)

$$s_1 = (1 - x_1)\, s_1'\,(10 \text{ bar}) + x_1 s_1''\,(10 \text{ bar}) = s_2 = 3{,}1611 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

Aus der Dampftafel folgt:

$$s_2 = s_2' \text{ und } \underline{p_2\,(s_2') = 74{,}641 \text{ bar}}$$

b)

$$\bar{s}_1 = (1 - \bar{x}_1)\, s_1'\,(10 \text{ bar}) + \bar{x}_1 s_1''\,(10 \text{ bar}) = s_2''\,(p_2) \quad \Rightarrow \quad \bar{x}_1 = \frac{s_2''\,(p_2) - s_1'\,(10 \text{ bar})}{s_1''\,(10 \text{ bar}) - s_1'\,(10 \text{ bar})} = 0.821$$

$$m = m_\text{D} + m_\text{F}, \quad x_1 = \frac{m_\text{D}}{m_\text{D} + m_\text{F}}, \quad \bar{x}_1 = \frac{\bar{m}_\text{D}}{\bar{m}_\text{D} + m_\text{F}}, \quad \bar{m}_\text{D} = m_\text{D} + \Delta m_\text{D}$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\Delta m_\text{D} =} m \frac{\bar{x}_1 - x_1}{1 - \bar{x}_1} = \underline{32.92 \text{ kg}}$$