Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik , 21.01.2005 Teil 1

B1 Feuchte Luft im Zustand 1 ($m_\mathrm{L} = 20$ kg, $p = 1$ bar, $\vartheta_1 = 23$ °C, $\varphi_1 = 0.85$) soll quasistatisch isobar bis zum Sättigungszustand 2 abgekühlt werden.

a) Berechnen Sie die dazu notwendige Wärmemenge Q_{12}.

b) Berechnen Sie die Entropieänderung $S_2 - S_1$. (Hinweis: Wählen Sie eine geeignete Form der Gibbschen Fundamentalgleichung)

$$c_{p,\mathrm{L}} = 1\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}}, \quad c_{p,\mathrm{D}} = 1,9\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}}, \quad \varphi = \frac{p_\mathrm{D}}{p_\mathrm{s}}$$

Dampfdruck-
tabelle für
Wasser:

ϑ °C	p_s mbar
18	20,63
19	21,96
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09

Lösung

a)

$$p_{s,2} = p_D = \varphi p_{s,1} = 23,88\,\mathrm{mbar}$$

Aus Dampftafel (interpoliert):

$$\vartheta_2 = 20,34\,°\mathrm{C}$$

$$x_D = 0.622\frac{p_D}{p - p_D} = 0,0152$$

$$Q_{12} = m_L(h_{1+x,2} - h_{1+x,1}) = m_L(c_{p,L} + x_D c_{p,D})(\vartheta_2 - \vartheta_1) = -54,83\,\mathrm{kJ}$$

b)

$$\mathrm{d}S = \frac{1}{T}(\mathrm{d}H - V\mathrm{d}p) = m_L(c_{p,L} + x_D c_{p,D})\frac{\mathrm{d}T}{T}$$

$$S_2 - S_1 = m_L(c_{p,L} + x_D c_{p,D}) \ln\frac{T_2}{T_1} = -0,186\,\mathrm{kJ/K}$$

B2 Die Van-der-Waals-Gleichung lautet

$$(p + \frac{a}{v^2})(v - b) = RT,$$

wobei a, b Konstanten und R die Gaskonstante bezeichnen.

a) Berechnen Sie die Differenz der spezifischen inneren Energie $u_2(T_2, v_2) - u_1(T_1, v_1)$ für ein Van-der-Waals Gas zwischen den Zuständen 1 und 2.

b) Berechnen Sie die Differenz der spezifischen Entropie $s_2(T_2, v_2) - s_1(T_1, v_1)$ für ein Van-der-Waals Gas mit Hilfe der Gibbsschen Fundamentalgleichung.

Hinweis: $\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = -p + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v$; c_v ist als konstant anzunehmen.

Lösung Wir stellen die innere Energie als Funktion von T und v dar.

$$\mathrm{d}u = \left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v \mathrm{d}T + \left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T \mathrm{d}v$$

Es gilt unter Verwendung der thermischen Zustandsgaleichung

$$\left(\frac{\partial u}{\partial T}\right)_v = c_v$$

$$\left(\frac{\partial u}{\partial v}\right)_T = -p + T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{a}{v^2}$$

Somit:

$$\mathrm{d}u = c_v\,\mathrm{d}T + \frac{a}{v}^2\,\mathrm{d}v$$

$$u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1) - \frac{a}{v_2^2} + \frac{a}{v_1^2}$$

b)

$$\mathrm{d}s = \frac{1}{T}(\mathrm{d}u + p\mathrm{d}v) = c_v\frac{\mathrm{d}T}{T} + \frac{R}{v-b}\mathrm{d}v$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln\frac{T_2}{T_1} + R\ln\frac{v_2 - b}{v_1 - b}$$

B3 In einem stationären Kompressionsprozeß wird ein Gemisch zweier idealer Gase A ($\mathcal{M}_\mathrm{A} = 29\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$, Massenanteil $x_\mathrm{A} = 0,3$) und B ($\mathcal{M}_\mathrm{B} = 35\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$) konstanter spezifischer Wärmekapazitäten reversibel adiabat vom Zustand 1 ($v_1 = 0,74\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{kg}}$, $T_1 = 280$ K) auf den Zustand 2 ($p_2 = 2$ bar, $T_2 = 345$ K) verdichtet.

a) Berechnen Sie den Isentropenexponenten κ des Gasgemisches (universelle Gaskonstante $\mathcal{R} = 8314\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kmol\ K}}$).

b) Welche technische Arbeit pro Zeit $\dot{W}_t$ wird benötigt, um den Kompressor stationär mit dem Massenstrom $\dot{m} = 0,75\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}$ zu betreiben, wenn kinetische und potentielle Energien vernachlässigt werden können?

Lösung

Molmasse des Gasgemischs

$$\mathcal{M} = \frac{1}{\frac{x_A}{\mathcal{M}_A} + \frac{1-x_A}{\mathcal{M}_B}} = 32,95\,\mathrm{kg/kmol}$$

Bestimmung des Zustandes 1:

$$p_1 = \frac{\mathcal{R}T_1}{v_1\mathcal{M}} = 0,955\,\mathrm{bar}$$

Bestimmung des Zustandes 2:

$$v_2 = \frac{\mathcal{R}T_2}{p_2\mathcal{M}} = 0,435\,\mathrm{m^3/kg}$$

Isentropenexponent

$$\kappa = \frac{\ln p_1/p_2}{\ln v_2/v_1} = 1,393$$

b) 1.Hauptsatz

$$\dot{W}_t - \dot{H}_2 + \dot{H}_1 = 0$$

$$\dot{W}_t = \dot{m}c_p(T_2 - T_1) = \dot{m}\frac{\kappa}{\kappa - 1}\frac{\mathcal{R}}{\mathcal{M}}(T_2 - T_1) = 43,6\,\mathrm{kW}$$

B4 Wasser durchläuft in einem Kreisprozeß ausgehend vom Sättigungszustand folgende Teilprozesse:

$1 \to 2$ adiabate Drosselung von $p_1 = 25$ bar auf $p_2 = 6,6$ bar;

$2 \to 3$ vollständige, isobare Verdampfung;

$3 \to 4$ reversible, adiabate Überhitzung auf p_1;

$4 \to 1$ vollständige, isobare Kondensation;

a) Skizzieren Sie diesen Prozeß (Kältemaschine) in einem T, s Diagramm. Zeichnen Sie die zu- bzw. abgeführten Wärmemengen ein.

b) Berechnen Sie die Änderungen der spezifischen inneren Energie und der spezifischen Entropie bei der Zustandsänderung $1 \to 2$.

c) Berechnen Sie die bei der Zustandsänderung $3 \to 4$ zuzuführende Arbeit pro kg Wasser.

d) Berechnen Sie die pro kg Wasser zu- bzw. abgeführten Wärmemengen q_z bzw. q_a und die Leistungszahl ε_K.

Dampftafel für Wasser

p bar	ϑ °C	v' dm³/kg	v'' m³/kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg	r kJ/kg	s' kJ/kgK	s'' kJ/kgK
6,6	162,60	1,1053	0,2883	686,78	2759,5	2072,7	1,9684	6,7252
25	223,94	1,1972	0,07991	961,96	2800,9	1839,0	2,5543	6,2536

Überhitzter Dampf

p bar	ϑ °C	v m³/kg	h kJ/kg	s kJ/kgK
25	320	0,1033	3056,5	6,7252

Lösung

b) adiabate Drosselung $h_2 = h_1$

$$x_2 = \frac{h_1' - h_2'}{h_2'' - h_1'} = 0,1328$$

$$v_2 = v_2'(1 - x_2) + v_2'' x_2 = 0,03923\,\mathrm{m^3/kg}$$

$$u_2 - u_1 = (h_2 - p_2 v_2) - (h_1 - p_1 v_1) = -22,90\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$s_2 = s_2'(1 - x_2) + v_2'' s_2 = 2,600\,\mathrm{kJ/kgK}$$

$$s_2 - s_1 = 45,6\,\mathrm{J/kgK}$$

c)

$$w_{34} = u_4 - u_3 = h_4 - h_3 - p_4 v_4 + p_3 v_3 = 229,03\,\mathrm{kJ/kg}$$

d)

$$q_{zu} = h_3 - h_2 = 1797,5\,\mathrm{kJ/kg}, \quad q_{ab} = h_1 - h_4 = 2094,5\,\mathrm{kJ/kg},$$

$$\varepsilon_K = \frac{q_{zu}}{q_{ab} - q_{zu}} = 6,05$$

B5 Zwei starre, adiabate Behälter A und B sind mit jeweils derselben Menge einer bestimmten Flüssigkeit vollständig gefüllt. Die Temperatur der Flüssigkeit im Behälter A beträgt $T_{\mathrm{A},1}$ bei einem Druck $p_{\mathrm{A},1}$, im Behälter B $T_{\mathrm{B},1} < T_{\mathrm{A},1}$ bei einem Druck $p_{\mathrm{B},1}$. Diese beiden Behälter werden nun über eine reversibel arbeitende Maschine miteinander verbunden, welche der Flüssigkeit im Behälter A Wärme entzieht und der Flüssigkeit im Behälter B Wärme zuführt, bis der Endzustand $T_{\mathrm{A}}^* = T_{\mathrm{B}}^*$ erreicht ist.

Berechnen Sie

a) die Temperatur $T^* = T_{\mathrm{A}}^* = T_{\mathrm{B}}^*$ im Endzustand.

b) die Drücke p_{A}^* und p_{B}^* in den beiden Behältern A und B im Endzustand.

Geg.: c_v, $\chi_T = \mathrm{const}$, $\beta_p = \mathrm{const}$

Lösung
Wegen

$$\mathrm{d}S = c_v \frac{\mathrm{d}T}{T} + p\,\mathrm{d}v$$

gilt

$$S_{A,2} - S_{A,1} = mc_v \ln \frac{T^*}{T_{A,1}}$$

$$S_{B,2} - S_{B,1} = mc_v \ln \frac{T^*}{T_{B,1}}$$

Da die Gesamtentropie gleich bleibt gilt

$$0 = S_{A,2} - S_{A,1} + S_{B,2} - S_{B,1} = mc_v \ln \frac{(T^*)^2}{T_{A,1}T_{B,1}}$$

und somit

$$T^* = \sqrt{T_{A,1}T_{B,1}}$$

b)

$$p_A^* = p_{A,1} + \frac{\beta_p}{\chi_t}\left(\sqrt{T_{A,1}T_{B,1}} - T_{A,1}\right)$$

$$p_B^* = p_{B,1} + \frac{\beta_p}{\chi_t}\left(\sqrt{T_{A,1}T_{B,1}} - T_{B,1}\right)$$