Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik Teil 1, 26.11.04

B1 Eine Maschine mit idealem Gas geg. konstanter spezifischer Wärmekapazitäten arbeitet nach folgendem reversiblen Kreisprozeß:
$1 \rightarrow 2$ Adiabate Expansion von v_1 auf v_2.
$2 \rightarrow 3$ Isotherme Verdichtung.
$3 \rightarrow 1$ Isochore Verdichtung (Druck steigt).

a) Stellen Sie diesen Prozeß in einem p, v- bzw. T, s- Diagramm dar und zeichnen Sie die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmen ein.

b) Berechnen Sie die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmen.

c) Berechnen Sie den Wirkungsgrad als Funktion von T_1 und T_2.

<u>Lösung</u>

$$|q_{\mathrm{ab}}| = -q_{23} = w_{23} = -RT_2 \ln \frac{v_1}{v_2} = -RT_2 \ln \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{-1/(\kappa-1)} = c_v T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}$$

$$q_{\mathrm{zu}} = c_v (T_1 - T_2)$$

$$|w_0| = q_{\mathrm{zu}} - |q_{\mathrm{ab}}| = c_v \left(T_1 - T_2 - T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}\right)$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2 \ln T_1/T_2}{T_1 - T_2}$$

B2 Ein ideales Gas (Masse m, spezielle Gaskonstante R und κ gegeben) wird ausgehend vom Umgebungsdruck p_0 und Umgebungstemperatur T_0 auf den Druck p_1 adiabat komprimiert. Die Kompression erfolgt nicht reversibel. Es wird doppelt so viel Arbeit W_{01} aufgewendet, wie bei einer reversiblen, adiabaten Kompression von p_0 auf p_1 notwendig wäre.

a) Berechnen Sie die aufgewendete Arbeit W_{01}.

b) Berechnen Sie die Temperatur des Gases im Endzustand.

c) Berechnen Sie die Entropieänderung $S_1 - S_0$ des Gases.

Lösung

a) Wir bezeichnen den Zustand, der vom Ausgangszustand 0 durch reversible, adiabate Kompression erreicht wird mit 1'. Die dabei verrichtete Arbeit ist:

$$w_{1'} = -\int_{v_0}^{v_{1'}} p\,\mathrm{d}v = v_0 p_0^{1/\kappa} \int_{p_0}^{p_1} \frac{\mathrm{d}p}{\kappa\, p^{1/\kappa}}$$

$$w_{01'} = \frac{RT_0}{\kappa - 1}\left[\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1-1/\kappa} - 1\right]$$

$$W_{01} = 2m\, w_{01'} = 2m\frac{RT_0}{\kappa - 1}\left[\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1-1/\kappa} - 1\right]$$

b) 1. Hauptsatz

$$U_1 - U_0 = W_{01}$$

$$c_v(T_1 - T_0) = 2\frac{RT_0}{\kappa - 1}\left[\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1-1/\kappa} - 1\right]$$

$$T_1 = T_0\left[2\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{1-1/\kappa} - 1\right]$$

c) Entropieänderung

$$S_1 - S_0 = m\left(c_p \ln\frac{T_1}{T_0} - (c_p - c_v)\ln\frac{p_1}{p_0}\right) =$$

$$= mR\frac{\kappa}{\kappa - 1}\ln\left(2 - \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{1-1/\kappa}\right)$$

B3 Feuchte Luft ($m_\mathrm{L} = 500\,\mathrm{kg}, \vartheta_1 = -10\ °\mathrm{C}$, $\varphi_1 = 0,9$, $p = 1\,\mathrm{bar}$) wird zunächst auf eine Temperatur ϑ_2 isobar erwärmt. Anschließend soll durch isobares Einspritzen von flüssigem Wasser ($\vartheta_\mathrm{W} = 10\ °\mathrm{C}, m_\mathrm{W}$) in einer adiabaten Kammer der Zustand 3 mit $\vartheta_3 = 22\ °\mathrm{C}$ und $\varphi_3 = 0,6$ erreicht werden.

a) Berechnen Sie den Wassergehalt im Zustand 2 und 3.

b) Welche Wassermasse m_W ist aufzubringen?

c) Berechnen Sie die Temperatur ϑ_2.

d) Welche Wärmemenge Q_{12} ist notwendig?

$$c_{p,\mathrm{L}} = 1\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}},\quad c_{p,\mathrm{D}} = 1,9\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}},\quad c_{p,\mathrm{W}} = 4,2\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}},\quad r_0 = 2500\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}},\quad \varphi = \frac{p_\mathrm{D}}{p_\mathrm{s}},\quad x_\mathrm{D} = 0,622\frac{p_\mathrm{D}}{p - p_\mathrm{D}}$$

ϑ [°C]	p_S [mbar]
-10	2,60
22	26,43

Lösung

a)

$$x_{D_1} = x_{D_2} = 0,001458,\quad x_{D_3} = 0,010023$$

b)

$$m_w = m_L(x_{D_3} - x_{D_2}) = 4,283\,\mathrm{kg}$$

c)

$$H_3 = 23,738\,\mathrm{MJ},\quad H_2 = H_3 - m_w\,c_{p,w}\vartheta_w = 23,558\ \mathrm{MJ},\quad h_2 = 47,117\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$\vartheta_2 = \frac{h_2 - x_2 r_0}{c_{p,L} + x_2 c_{p,D}} = 43,35\,°\mathrm{C}$$

d)

$$Q_{12} = H_2 - H_1$$

$$H_1 = -3,1913\,\mathrm{MJ},\qquad Q_{12} = 26,933\,\mathrm{MJ}$$

B4 Eis der Masse $m_{1\mathrm{E}} = 6\,\mathrm{kg}$ und der Temperatur $\vartheta_{1\mathrm{E}} = -12\,°\mathrm{C}$ wird bei konstantem Druck $p = 1\,\mathrm{bar}$ in Wasser mit der Masse $m_{1\mathrm{F}} = 3\,\mathrm{kg}$ und der Temperatur $\vartheta_{1\mathrm{F}} = 4\,°\mathrm{C}$ gegeben, wobei etwaiger Wärmeaustausch mit der Umgebung zu vernachlässigen ist.

$$c_{p,\mathrm{E}} = 2,2\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}} \quad , \quad c_{p,\mathrm{F}} = 4,2\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}} \quad , \quad l_0 = 334\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$$

a) Berechnen Sie die Wärmemenge Q_{E1}, die notwendig ist, um das Eis auf $0\,°\mathrm{C}$ zu erwärmen.
Berechnen Sie die Wärmemenge Q_{E2}, die notwendig wäre, um das Eis ausgehend vom Zustand '1' gerade vollständig zu schmelzen.

b) Berechnen Sie die Wärmemenge Q_{F1}, die notwendig ist, um das flüssige Wasser (3 kg) auf $0\,°\mathrm{C}$ abzukühlen.
Berechnen Sie die Wärmemenge Q_{F2}, die notwendig wäre, um das flüssige Wasser (3 kg) ausgehend vom Zustand '1' vollständig in Eis mit der Temperatur $0\,°\mathrm{C}$ umzuwandeln.

c) Welcher Endzustand stellt sich ein? Hinweis: vergleichen Sie die unter Punkt a) und b) errechneten Wärmemengen.
Berechnen Sie die Massen von Wasser und Eis im Endzustand und geben Sie die Endtemperatur an.

d) Berechnen Sie die Entropieänderung des Systems Wasser-Eis.

Lösung a)

$$Q_{E1} = 154,4\,\mathrm{kJ}, \quad Q_{E2} = 2162,4\,\mathrm{kJ}$$

b)

$$Q_{F1} = -50,4\,\mathrm{kJ}, \quad Q_{F2} = -1052,4\,\mathrm{kJ}$$

c)

$$H_1 = H_2 = -2112\,\mathrm{kJ}$$

$$h_2 = H_2/(m_{E1} + m_{F1}) = -234,67\,\mathrm{kJ/kg}$$

Da $-l_0 < h_2 < 0$ gilt, liegt eine Mischung von Eis und Wasser vor. $T_0 = 273,15\,\mathrm{K}$

$$m_{E2} = H_2/l_0 = 6,323\,\mathrm{kg}$$

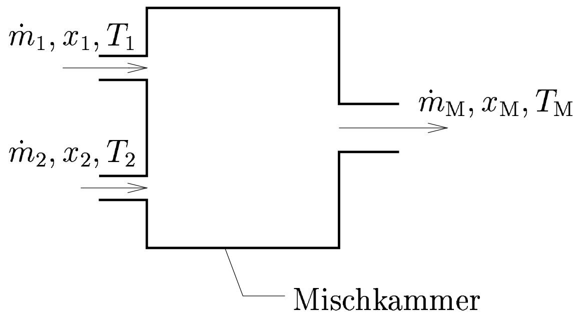
d)

$$\Delta S = m_{E1} c_{p,E} \ln T_0/T_{E1} + m_{F1} c_{p,F} \ln T_0/T_{F1} + (m_{E1} - m_{E2}) \frac{l_0}{T_0} = 14,5\,\mathrm{J/K}$$

B5 In einer adiabaten Mischkammer MK werden zwei Massenströme von Naßdampf ($\dot{m}_1 = 2\,\mathrm{kg/s}$; $x_1 = 0,4$; $\vartheta_1 = 90\,°\mathrm{C}$; $\dot{m}_2 = 0,8\,\mathrm{kg/s}$; $x_2 = 0,6$; $\vartheta_2 = 110\,°\mathrm{C}$) stationär gemischt. Als Ergebnis verläßt die Mischkammer ein Massenstrom $\dot{m}_\mathrm{M}$ von Naßdampf des Druckes $p_\mathrm{M} = 0,47367\,\mathrm{bar}$.

a) Berechnen Sie den Dampfgehalt x_M des Naßdampfes, der die Mischkammer verläßt (kinetische und potentielle Energieanteile sind zu vernachlässigen).

b) Berechnen Sie die Entropieproduktionsrate $\mathrm{d_i}S/\mathrm{d}t$ im System Mischkammer.



Lösung:
1. Hauptsatz für offene Systeme:

$$\dot{m}_1 h_1 + \dot{m}_2 h_2 = (\dot{m}_1 + \dot{m}_2) h_M$$

$$h_1 = 1290,2\,\mathrm{kJ/kg}, \quad h_2 = 1799,3\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$h_M = 1435,7\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$x_M = 0,4767$$

b) Entropiebilanz

$$\dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_2 s_2 + \frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d_i}t} - (\dot{m}_1 s_1 + \dot{m}_2) s_M = 0$$

$$s_1 = 3,707\,\mathrm{kJ/kg\,K} \quad s_2 = 4,911\,\mathrm{kJ/kg\,K} \quad s_M 1 = 4,1927\,\mathrm{kJ/kg\,K}$$

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d_i}t} = 0,394\,\mathrm{kJ/K} > 0$$

Der Mischvorgang ist irreversibel!