

Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik 319099, 10.9.04

B1 Eine Maschine mit idealem Gas geg. konstanter spezifischer Wärmekapazitäten arbeitet nach folgendem reversiblen Kreisprozeß:

- 1 → 2 Adiabate Expansion von v_1 auf v_2 .
- 2 → 3 Isotherme Verdichtung.
- 3 → 1 Isochore Verdichtung (Druck steigt).

- a) Stellen Sie diesen Prozeß in einem p, v - bzw. T, s - Diagramm dar und zeichnen Sie die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmen ein.
- b) Berechnen Sie die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmen.
- c) Berechnen Sie den Wirkungsgrad als Funktion von T_1 und T_2 .

Lösung

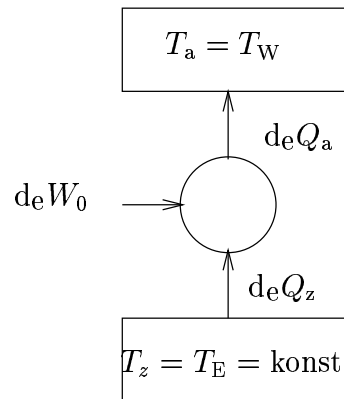
$$|q_{ab}| = -q_{23} = w_{23} = -RT_2 \ln \frac{v_1}{v_2} = -RT_2 \ln \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{-1/(\kappa-1)} = c_v T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}$$

$$q_{zu} = c_v (T_1 - T_2)$$

$$|w_0| = q_{zu} - |q_{ab}| = c_v \left(T_1 - T_2 - T_2 \ln \frac{T_1}{T_2} \right)$$

$$\eta = 1 - \frac{T_2 \ln T_1/T_2}{T_1 - T_2}$$

B2 In einem Wohnhaus soll zur Aufbereitung von Warmwasser eine reversibel arbeitende Wärmepumpe verwendet werden. Als Wärmereservoir dient das umgebende Erdreich ($T_E = \text{konst}$). In einem Testlauf wird Wasser (m_W, c_W) von T_{W1} auf T_{W2} ($T_{W2} > T_{W1}$) erhitzt.



Wieviel Arbeit muss der Maschine mindestens zugeführt werden?

Lösung

Entropiebilanz der Carnotmaschine:

$$0 = dS = \frac{1}{T_E} |d_e Q_z| - \frac{1}{T_W} |d_e Q_a|$$

$$m_w c_w \frac{dT_W}{T_W} = \frac{dQ_z}{T_E}$$

$$Q_z = m_w c_w T_E \ln T_{W,2}/T_{W,1}$$

$$|Q_a| = m_w c_w (T_{W,2} - T_{W,1})$$

$$W_0 = |Q_a| - Q_z = m_w c_w \left(T_{W,2} - T_{W,1} - T_E \ln \frac{T_{W,2}}{T_{W,1}} \right)$$

B3 Feuchte Luft (Ausgangszustand: $p = 1 \text{ bar}$, $\psi = 0.07$, $\vartheta = 50 \text{ }^\circ\text{C}$) soll mittels Wassereinspritzung isobar abgekühlt werden.

- a.) Wie weit kann die feuchte Luft abgekühlt werden, wenn die Abkühlung durch Einspritzung von zerstäubtem Wasser von $20 \text{ }^\circ\text{C}$ erfolgt, und man die Nebelbildung gerade noch verhindern will?
- b.) Welche Wassermenge ist für diesen Zweck für 1 kg trockene Luft erforderlich?

$$r_0 = 2501,6 \text{ kJ/kg}, c_w = 4,19 \text{ kJ/kgK}, c_{pD} = 1,86 \text{ kJ/kgK}, c_{pL} = 1 \text{ kJ/kgK}$$

Dampfdruck-
tabelle für
Wasser:

ϑ $^\circ\text{C}$	p_s mbar
0	6,11
1	6,57
2	7,06
3	7,58
4	8,13
5	8,72
6	9,35
7	10,02
8	10,72
9	11,48
10	12,28
11	13,12
12	14,02
13	14,97
14	15,98
15	17,05
16	18,17
17	19,37
18	20,63
19	21,96
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09
25	31,66
26	33,60
27	35,64
28	37,78
29	40,04
30	42,41
...
50	123,35

Lösung:

- **Zustand 1** $p_{s,1} = 123,43 \text{ mbar}$, \rightarrow , $x_{s,1} = 0,08752 \rightarrow x_{D,1} = \psi_1 x_{s,1} = 6,126 \times 10^{-3}$

- **spez. Enthalpie der feuchten Luft im Zustand 1**

$$h_{1+x,1} = (c_{p,L} + c_{p,D} x_{D,1}) \vartheta_1 + x_{D,1} r_0 = 65,895 \text{ kJ/kg}$$

Enthalpie des pro kg trockener Luft eingespritzten Wassers

$$h_w = x_w c_w \vartheta_w$$

- **Zustand 2** Massenbilanz für H_2O : $x_{D,2} = x_{s,2} = x_{D,1} + x_w$

$$h_{1+x,2} = (c_{p,L} + c_{p,D} x_{D,2}) \vartheta_2 + x_{D,2} r_0$$

- **1. Hauptsatz**

$$h_{1+x,1} + h_w = h_{1+x,2}$$

- **Iteratives Lösen:** Es wird eine Temperatur ϑ_2 angenommen, dann kann $x_{D,2}$ und somit h_w bzw. $h_{1+x,2}$ berechnet werden. Es muß daher eine Nullstelle der Enthalpiedifferenz $\Delta h = h_{1+x,1} + h_w - h_{1+x,2}$ gefunden werden.

ϑ_2 [$^\circ\text{C}$]	$x_{s,2}$	Δh [kJ/kg]
20	0,01489	8,1
30	0,02755	-34,5
22	0,01689	1,01
23	0,01798	-2,79
22,3	0,01721	-0,13

Bemerkung: Die Werte $20 \text{ }^\circ\text{C}$ bzw $30 \text{ }^\circ\text{C}$ sind geraten. Danach wird die 3. Spalte (Enthalpiedifferenz) linear interpoliert und die Nullstelle ermittelt. Rundung ergibt $22 \text{ }^\circ\text{C}$. Ausprobieren des nächsten Tabellenwertes ($22 \text{ }^\circ\text{C}$). Danach nochmals ermittlung der Nullstelle mittels linearer Interpolation: $22,3 \text{ }^\circ\text{C}$

- **zugeführte Wassermenge**

$$m_w x_w = x_{D,2} - x_{D,1} = 0,0111$$

B4 Quecksilber ($m=123$ g) wird ausgehend von der Temperatur $\vartheta_1 = 30^\circ\text{C}$ (Druck $p_1 = 1$ bar) auf $\vartheta_2 = 33^\circ\text{C}$ erwärmt.

- a) Auf welchen Wert p_2 steigt der Druck, wenn sich das Quecksilber in einer starren Kugel befindet.
b) Um welchen Wert Δv ändert sich das Volumen, wenn die Temperaturänderung bei Umgebungsdruck stattfindet.

$$\beta = 181,9 \times 10^{-6} \text{ K}^{-1}, \quad \chi = 39 \times 10^{-12} \text{ Pa}^{-1}, \quad \rho = 13,5 \text{ kg/dm}^3.$$

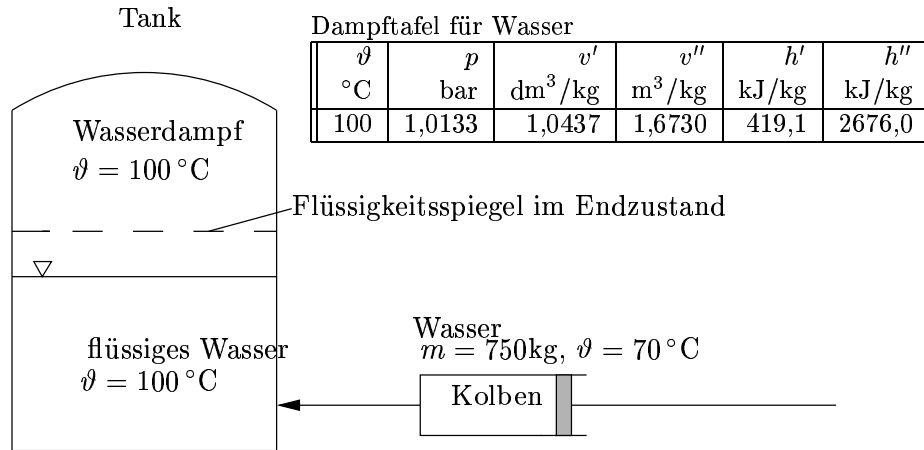
a)

$$\beta\Delta T = \chi\Delta p \Rightarrow p_2 = \frac{\beta}{\chi}(T_2 - T_1) + p_1 = \underline{140,92 \text{ bar}}$$

b)

$$\frac{\Delta v}{v} = \beta\Delta T \Rightarrow \Delta v = v_2 - v_1 = v_1 \left(e^{\beta(T_2 - T_1)} - 1 \right) = \underline{4.04 \cdot 10^{-5} \frac{\text{dm}^3}{\text{kg}}} \quad \text{mit} \quad v_1 = \frac{1}{\rho} = 7.407 \cdot 10^{-2} \frac{\text{dm}^3}{\text{kg}}$$

B5 Ein starrer Tank mit einem Volumen $V_T = 2,5\text{m}^3$ beinhaltet ein Zweiphasengemisch aus flüssigem und dampfförmigem Wasser (Masse des flüssigen Wassers $m_{l,A} = 500\text{kg}$, $\vartheta_A = 100^\circ\text{C}$, $p_A = 1,0133\text{bar}$). Über einen Kolben werden dem Tank $m_B = 750\text{kg}$ Wasser ($\vartheta_B = 70^\circ\text{C}$, $p_B = p_A$, $h_B = 293\text{kJ/kg}$) zugeführt. Berechnen Sie die erforderliche Wärmemenge, die zu- oder abgeführt werden muß, damit im Tank Druck und Temperatur konstant bleiben.



- 1. Hauptsatz für das System *Tank*

$$U_2 - U_1 = Q_{12} + m_B h_B$$

$$U_2 - U_1 = H_2 + pV_T - (H_1 + pV_T) = H_2 - H_1$$

- Zustand 1:

$$U_1 = H_1 - pV_T$$

$$V_1' = m_{A,l} v' = 0,5219\text{ m}^3$$

$$m_1'' = (V_T - V_1')/v'' = 1,1,1824\text{ kg}$$

$$H_1 = m_1 h' + m_1'' h'' = 212,7\text{ MJ}$$

- Zustand 2:

$$m_2 = m_1 + m_B = 1251,18\text{ kg}$$

$$v_2 = V_T/m_2 = 0,001998\text{ m}^3/\text{kg}$$

$$x_2 = \frac{v_2 - v'}{v'' - v'} = 5,7 \times 10^{-4}$$

$$H_2 = m_2(h'(1 - x_2) + h''x_2) = 525,9\text{ MJ}$$

•

$$Q_{12} = H_2 - H_1 - m_B h_B = 93,5\text{ MJ}$$