

Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik Teil 1, 25.06.2004

B1 In einem Gefäß befindet sich 40 kg Eis mit der Temperatur $\vartheta_E = -10^\circ\text{C}$. Wieviel Wasser der Temperatur $\vartheta_F = 30^\circ\text{C}$ muß dem Gefäß mindestens hinzugefügt werden, um das Eis vollständig zu schmelzen?

Berechnen Sie außerdem die Entropieänderung dieses Vorganges und begründen Sie, warum dieser reversibel oder irreversibel ist.

$$c_{p,E} = 2,1 \text{ kJ/kg K}, \quad c_{p,F} = 4,19 \text{ kJ/kg K}, \quad l_0 = 333,5 \text{ kJ/kg}.$$

Etwaiger Wärmeaustausch mit der Umgebung kann vernachlässigt werden.

Lösung

$$\text{a) 1. HS Eis: } H_E = m_E c_{p,E} T_E + l_0 m_E, \quad \text{Wasser: } H_F = m_F c_{p,F} T_F \quad (1)$$

$$\text{1. HS Gesamt: } H = H_E + H_F = 0 \Rightarrow m_F = \frac{m_E c_{p,E} (T_{E2} - T_{E1}) + l_0 m_E}{c_{p,F} (T_{F1} - T_{F2})} = \underline{\underline{112,81 \text{ kg}}} \quad (2)$$

$$\text{b) 2. HS Eis: } \Delta S_E = m_E \left(c_{p,E} \ln \frac{T_{E2}}{T_{E1}} + \frac{l_0}{T_{E2}} \right) \quad (3)$$

$$\text{2. HS Wasser } \Delta S_F = m_F c_{p,F} \ln \frac{T_{F2}}{T_{F1}} \quad (4)$$

$$\text{gesamt: } \Delta S_{\text{ges.}} = \Delta S_E + \Delta S_F = \underline{\underline{2,71 \frac{\text{kJ}}{\text{K}}}} \quad (5)$$

Prozess ist irreversibel, weil $\Delta S_{\text{ges.}} > 0!$

B2 Eine Carnot-Kältemaschine verwendet Wasser als Arbeitsmedium. Die Wärmeaufnahme des Arbeitsmediums erfolgt bei einer Temperatur $\vartheta_V = 5^\circ\text{C}$. Während der Wärmeabgabe im Kondensator wird das Wasser aus dem Zustand gesättigten Dampfes vollständig kondensiert.

Bestimmen Sie den Druck p_K im Kondensator, wenn dem Kühlraum 912 kJ/kg an Wärme entzogen werden sollen, sowie die erforderliche Arbeit pro kg Arbeitsmedium und die Leistungszahl der Kältemaschine.

Dampf tabel für Wasser

ϑ °C	p bar	v' dm ³ /kg	v'' m ³ /kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg	r kJ/kg	s' kJ/kgK	s'' kJ/kgK
5	0,008718	1,0000	147,2	21,01	2510,7	2489,7	0,0762	9,0269
200	15,549	1,1565	0,1272	852,4	2790,9	1938,5	2,3307	6,4278
210	19,077	1,173	0,1042	897,5	2796,2	1898,7	2,4247	6,3539
220	23,198	1,190	0,08604	943,7	2799,9	1856,2	2,5178	6,2905
230	27,976	1,209	0,07145	990,3	2802,0	1811,7	2,6102	6,2054
240	33,478	1,229	0,05965	1037,6	2802,2	1764,6	2,7102	6,1406
250	39,776	1,251	0,05004	1085,8	2800,4	1714,6	2,7935	6,0708
260	46,934	1,276	0,04213	1134,9	2796,4	1661,5	2,8848	6,0010

Lösung:

Carnot Prozeß:

1 → 2 isotherme Wärmezufuhr bei $\vartheta_V = 5^\circ\text{C}$.

2 → 3 isentrope Verdichtung

3 → 4 isotherme Wärmeabfuhr

2 → 3 isentrope Expansion

Es gilt

$$s_3 - s_4 = s_2 - s_1 = \frac{q_{12}}{T_{zu}} = \frac{912}{278,15} \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} = 3,2788 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}.$$

Da $s_3 = s''(T_{ab})$ bzw. $s_4 = s'(T_{ab})$ sehen wir in der Dampf tabel nach, bei welcher Temperatur $s'' - s' = s_2 - s_1$ gilt. Das ist bei $T_{ab} = 523,15\text{ K}$ erfüllt. Der Druck im Kondensator ist daher: $p_K = 39,776\text{ bar}$.

$$w_0 = |q_{ab}| - q_{zu} = \left(\frac{T_{ab}}{T_{zu}} - 1 \right) q_{zu} = 802,6 \text{ kJ/jg}$$

Leistungszahl

$$\varepsilon = q_{zu}/w_0 = 1,14$$

B3 Feuchte Luft ($m_L = 30\text{kg}$, $p = 1\text{bar}$, $\vartheta_1 = 23^\circ\text{C}$, $\varphi_1 = 0,85$) wird quasistatisch, isobar abgekühlt, sodaß $m_F = 300\text{g}$ Kondensat ausfällt.

- Berechnen Sie den Wassergehalt x_1 sowie den Flüssigkeits- und Dampfgehalt x_{F_2} bzw. x_{D_2} .
- Berechnen Sie ϑ_2 und geben Sie an, wieviel Wärme entzogen werden muß.

$$c_{pL} = 1\text{ kJ/kg K}, \quad c_{pD} = 1,86\text{ kJ/kg K}, \quad c_{pF} = 4,19\text{ kJ/kg K}, \quad r_0 = 2501,6\text{ kJ/kg},$$

$$\varphi = p_D/p_s, \quad x = 0,622 \frac{p_D}{p - p_D},$$

$$\mathcal{M}_L = 29\text{ kg/kmol}, \quad \mathcal{R} = 8314\text{ J/kmolK}.$$

Dampfdruck-
tabelle für
Wasser:

ϑ $^\circ\text{C}$	p_s mbar
0	6,11
1	6,57
2	7,06
3	7,58
4	8,13
5	8,72
6	9,35
7	10,02
8	10,72
9	11,48
10	12,28
11	13,12
12	14,02
13	14,97
14	15,98
15	17,05
16	18,17
17	19,37
18	20,63
19	21,96
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09
25	31,66

Lösung:

•

$$p_{D,1} = \varphi_1 p_{s,1} = 0,85 \times 28,09\text{ mbar} = 23,88\text{ mbar}$$

$$x_1 = 0,622 \frac{p_{D,1}}{p - p_{D,1}} = 0,0152 \quad \Rightarrow \quad m_{D,1} = 456,5\text{ g}.$$

$$m_{D,2} = m_{D,1} - m_F = 156,5\text{ g}.$$

$$x_{D,2} = 0,0052 = x_{s,2}, \quad x_{F,2} = 0,01$$

•

$$p_{s,2} = \frac{x_{s,2} p}{0,622 + x_{s,2}} = 8,317\text{ mbar} \quad \Rightarrow \quad \vartheta_2 = 4,32^\circ\text{C}$$

$$h_{1+x,1} = c_{pL}\vartheta_1 + x_1 c_{p,D}\vartheta_1 + x_1 r_0 = 61,67\text{ kJ/kg}$$

$$h_{1+x,2} = c_{pL}\vartheta_2 + x_{D,2} c_{p,D}\vartheta_2 + x_{D,2} r_0 + x_F c_{p,L}\vartheta_2 = 17,55\text{ kJ/kg}$$

$$Q_{12} = m_L (h_{1+x,2} - h_{1+x,1}) = -1323,6\text{ kJ}$$

B4 Ein nach außen sehr gut isolierter Stahltank mit einem Tankvolumen $V_T = 13 \text{ m}^3$ enthält Luft in einem Zustand "1" ($p_1 = 1 \text{ bar}$, $\vartheta_1 = 22 \text{ }^\circ\text{C}$). Über eine Zuleitung wird dem Tank solange kontinuierlich Luft mit $p' = 5 \text{ bar}$ und $\vartheta' = 30 \text{ }^\circ\text{C}$ zugeführt, bis ein Zustand "2" ($p_2 = 3 \text{ bar}$) erreicht ist.

Berechnen Sie die im Tank befindliche Luftmasse m_2 , sowie die Temperatur ϑ_2 , wenn der Prozeß adiabat abläuft (kein Wärmeaustausch zwischen Tankwand und Gas).

$$\mathcal{R} = 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmolK}}, \quad \mathcal{M}_{\text{Luft}} = 29 \frac{\text{g}}{\text{mol}}, \quad c_{p,\text{Luft}} = 29,2 \frac{\text{J}}{\text{molK}}, \quad c_{v,\text{Luft}} = 20,9 \frac{\text{J}}{\text{molK}}$$

Hinweis: Kinetische Energie und potentielle Energie sollen nicht berücksichtigt werden.

Lösung

- Masse im Zustand 1

$$m_1 = \frac{p_1 V_T}{(c_p - c_v) T_1} = 15,363 \text{ kg}$$

- m' durch Druckleitung zugeführte Masse; 1. Hauptsatz:

$$U_2 - U_1 = H'$$

innere Energie im Zustand 2	$U_2 = (m_1 + m') c_v T_2$
innere Energie im Zustand 1	$U_1 = m_1 c_v T_1$
mit Masse Δm zugeführte Enthalpie	$H' = m' c_p T'$

- thermische Zustandsgleichung im Zustand 2

$$p_2 V_T = (m_1 + m') (c_p - c_v) T_2$$

Umformung:

$$U_2 = (m_1 + m') c_v T_2 = \frac{c_v}{c_p - c_v} p_2 V_T$$

- Einsetzen in 1.HS

$$\frac{c_v}{c_p - c_v} p_2 V_T - m_1 c_v T_1 = m' c_p T'$$

$$m' = \frac{c_v}{c_p (c_p - c_v)} \frac{p_2 V_T}{T'} - m_1 \frac{c_v T_1}{c_p T'} = \frac{c_v}{c_p} \left(\frac{p_2 T_1}{p_1 T'} \frac{p_1 V_T}{(c_p - c_v) T_1} - m_1 \frac{T_1}{T'} \right) =$$

$$= \frac{c_v}{c_p} m_1 \frac{T_1}{T'} \left(\frac{p_2}{p_1} - 1 \right) = 21,41 \text{ kg}$$

$$m_2 = m_1 + m' = 36,78 \text{ kg}$$

- Temperatur im Endzustand

$$T_2 = p_2 V_T / (c_p - c_v) m_2 = \frac{p_2 m_1}{p_1 m_2} T_1 = 1,253 T_1 = 369,90 \text{ K}$$

$$\vartheta_2 = 96,75 \text{ }^\circ\text{C}$$

B5 Ein geschlossener volumenbeständiger Behälter ($m_K = 20 \text{ g}$, $V_K = 50 \text{ cm}^3$, $c_K = 1,7 \text{ kJ/kgK}$), der flüssiges und dampfförmiges Isobutan (Masse $m_I = 10 \text{ g}$) enthält, wird ausgehend von $\vartheta_1 = 21,11 \text{ °C}$ auf $\vartheta_2 = -3,89 \text{ °C}$ abgekühlt.

Berechnen Sie das Verhältnis $V_{D,1}/V_{D,2}$ der von der Dampf-Phase vor ($V_{D,1}$) und nach ($V_{D,2}$) dem Abkühlen eingenommenen Volumina, sowie die bei der Abkühlung abzuführende Wärmemenge.

Dampf tabel für Isobutan

ϑ °C	p bar	v' dm ³ /kg	v'' dm ³ /kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg
-3,89	1,388	1,709	270	456,1	815,0
4,44	1,861	1,737	204	475,7	826,0
18,33	2,916	1,789	134	507,5	843,6
21,11	3,170	1,799	124	514,0	847,1

Lösung

•

$$v = \frac{m_I}{V_K} = 5 \text{ dm}^3/\text{kg}$$

•

$$x_1 = \frac{v - v'_1}{v''_1 - v'_1} = 0,0262$$

•

$$x_2 = \frac{v - v'_2}{v''_2 - v'_2} = 0,0123$$

•

$$V_{D,1} = m_I x_1 v''_1 = 32,49 \text{ cm}^3, \quad V_{D,2} = m_I x_2 v''_2 = 33,21 \text{ cm}^3,$$

•

$$\frac{V_{D,1}}{V_{D,2}} = 0,978$$

• 1. Hauptsatz

$$Q_{12} = U_{2,ges} - U_{1,ges} = m_K c_K (\vartheta_2 - \vartheta_1) + m_I (h_2 - h_1 - (p_2 - p_1)v)$$

$$h_1 = 522,73 \text{ kJ/kg}, \quad h_2 = 460,51 \text{ kJ/kg},$$

$$(p_2 - p_1)v = -0,891 \text{ kJ/kg}$$

$$Q_{12} = (-0,85 + 0,01 \times (460,51 - 522,73 + 0,891)) \text{ kJ} = (-0,850 - 0,6222 + 0,0089) \text{ kJ} = 1,463 \text{ kJ}$$