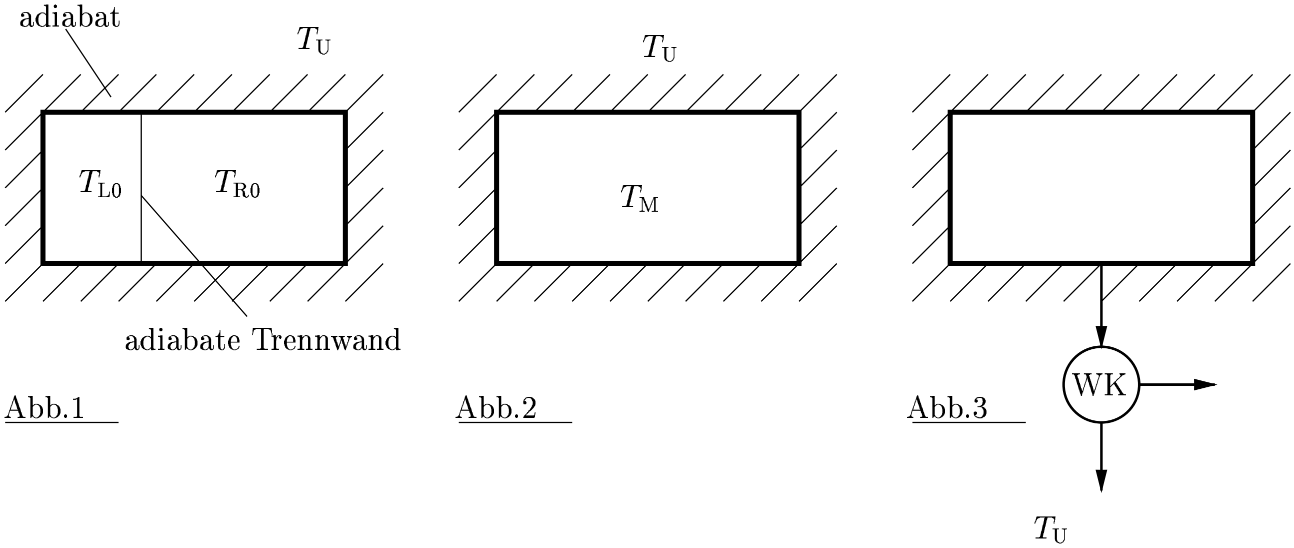
B1 Ein gegen die Umgebung isolierter Behälter ist durch eine adiabate Trennwand, deren Volumen gegenüber den Behältervolumen vernachlässigbar klein sein soll, in zwei Kammern geteilt (Abb.1). Die linke Kammer enthält 1 kg, die rechte Kammer 2 kg derselben Flüssigkeit (c_v = const). Die Anfangstemperatur in der linken Kammer sei $T_{\mathrm{L},0}$ und in der rechten Kammer $T_{\mathrm{R},0}$. Die Umgebungstemperatur T_U sei konstant und es gilt $T_{\mathrm{L},0} > T_\mathrm{U}$ und $T_{\mathrm{R},0} > T_\mathrm{U}$.
Nach Entfernen der Trennwand stellt sich wieder ein thermodynamischer Gleichgewichtszustand mit der Mischtemperatur T_M ein (Abb.2).
Anschließend wird zwischen dem Behälter und der Umgebung eine reversibel arbeitende Wärmekraftmaschine geschaltet (Abb.3).

a) Berechnen Sie die Mischtemperatur T_M.

b) Wieviel Arbeit $W_{\mathrm{M}1}$ kann mit der reversibel arbeitenden Wärmekraftmaschine gewonnen werden?



$$\text{a) Gesamtsystem:} \quad \mathrm{d}U = \underbrace{\mathrm{d_e}Q}_{=0,\ \text{adiabat}} + p \underbrace{\mathrm{d}V}_{=0,\ \text{isochor}} = 0 \Rightarrow U_1 = U_2$$

$$c_v m T_\mathrm{M} = c_v m_\mathrm{R} T_{\mathrm{R},0} + c_v m_\mathrm{L} T_{\mathrm{L},0} \quad \text{wobei} \quad m = m_\mathrm{L} + m_\mathrm{R} \Rightarrow$$

$$T_\mathrm{M} = \frac{T_{\mathrm{L},0} + 2T_{\mathrm{R},0}}{3}$$

$$\text{b)} \quad \eta_\mathrm{c} = \frac{|\mathrm{d_e}W_0|}{\mathrm{d_e}Q_\mathrm{z}} = \left(1 - \frac{T_\mathrm{U}}{T}\right) \qquad \mathrm{d}U = mc_v \underbrace{\mathrm{d}T}_{<0} = -\mathrm{d_e}Q_\mathrm{z} \Rightarrow$$

$$\mathrm{d_e}W_0 = \left(\frac{T_\mathrm{U}}{T} - 1\right) mc_v \mathrm{d}T \Rightarrow W_0 = mc_v \left(T_\mathrm{U} \ln \frac{T_\mathrm{U}}{T_\mathrm{M}} - T_\mathrm{U} + T_\mathrm{M}\right)$$

B2 Eine Maschine mit idealem Gas gegebener konstanter spezifischer Wärmekapazitäten arbeitet nach folgendem reversiblen Kreisprozeß:

$1 \to 2$ isochore Entspannung;

$2 \to 3$ isotherme Expansion;

$3 \to 1$ adiabate Kompression.

a) Zeichnen Sie die Zustandsänderungen in ein p, v- und ein T, s-Diagramm ein. Skizzieren Sie in den Diagrammen die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmemengen. Handelt es sich bei dieser Maschine um eine Wärmekraft- oder eine Kältemaschine?

b) Berechnen Sie die zu- bzw. abgeführten Wärmemengen.

c) Berechnen Sie die Leistungszahl als Funktion von T_1 und T_2.

a)

b) $1 \to 2$ $\quad \mathrm{d}u = \mathrm{d_e}q = c_V \mathrm{d}T \qquad \Rightarrow q_{12} = \underline{c_V(T_2 - T_1) = -|q_{\mathrm{ab}}|}$

$2 \to 3$ $\quad \mathrm{d_e}q = p\mathrm{d}v \qquad p = \dfrac{RT}{v} \qquad \Rightarrow q_{23} = \underline{RT_2 \ln \dfrac{v_3}{v_1} = q_{\mathrm{zu}}}$

c) $3 \to 1$ $\quad p_3 v_3^\kappa = p_1 v_1^\kappa \quad p_3 = \dfrac{RT_2}{v_3} \quad p_1 = \dfrac{RT_1}{v_1} \qquad \Rightarrow \dfrac{v_3}{v_1} = \left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa-1}}$

$$\epsilon_{\mathrm{K}} = \frac{q_{\mathrm{zu}}}{w_0} = \left(\frac{|q_{\mathrm{ab}}|}{q_{\mathrm{zu}}} - 1\right)^{-1} = \underline{\frac{T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}}{(T_1 - T_2) - T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}}}$$

B3 In einem adiabaten Zylinder, der mit einem reibungsfrei beweglichen, adiabaten Kolben verschlossen ist, befindet sich im Ausgangszustand trockene Luft mit der Temperatur $\vartheta_1 = 25\,°\mathrm{C}$, dem Druck $p = 1\,\mathrm{bar}$ und dem Volumen $V_1 = 0,5\,\mathrm{m}^3$. Es wird nun $m_\mathrm{W} = 1\,\mathrm{g}$ flüssiges Wasser mit der Temperatur $\vartheta_\mathrm{W} = 25\,°\mathrm{C}$ eingespritzt. Nach dem Mischen stellt sich ein Zustand 2 ein. Berechnen Sie

a) die Masse m_L der trockenen Luft und den Wassergehalt x_2.

Nehmen Sie für die weitere Berechnung an, daß $x_{\mathrm{s},2} > x_2$ ist.

b) Berechnen Sie die Mischtemperatur ϑ_2 unter der Annahme einer isobaren Zustandsänderung.

c) Zeigen Sie, daß die oben getroffene Annahme ($x_{\mathrm{s},2} > x_2$), richtig ist und berechnen Sie den Sättigungsgrad ψ_2.

$$c_{p\mathrm{L}} = 1\,\mathrm{kJ/kg\,K}, \quad c_{p\mathrm{D}} = 1,86\,\mathrm{kJ/kg\,K}, \quad c_{p\mathrm{F}} = 4,19\,\mathrm{kJ/kg\,K}, \quad r_0 = 2501,6\,\mathrm{kJ/kg},$$

$$\mathcal{M}_\mathrm{L} = 28{,}95 \ \mathrm{kg/kmol}, \quad \mathcal{R} = 8314 \ \mathrm{J/kmol\ K}$$

$$\varphi = p_\mathrm{D}/p_\mathrm{s}, \quad \psi = x_\mathrm{D}/x_\mathrm{s}, \quad x = 0,622\frac{p_\mathrm{D}}{p - p_\mathrm{D}}.$$

ϑ °C	p_s mbar
16	18,17
17	19,36
18	20,62
19	21,96
20	23,37
21	24,85
22	26,42
23	28,09
24	29,82
25	31,66
26	33,60
27	35,64
28	37,78
29	40,04
30	42,41

Lösung

$$m_L = \frac{pV\mathcal{M}_L}{\mathcal{R}T_1} = 0,5840\,\mathrm{kg}$$

$$x_2 = m_W/m_L = 0,001712$$

$$H_1 = m_L c_{pL}\vartheta_1 + m_W c_{pF}\vartheta_W = 14,70\,\mathrm{kJ}$$

$$H_2 = H_1 = m_L(c_{p,L}\vartheta_2 + x_2 c_{pD}\vartheta_2 + x_2 r_0)$$

$$\vartheta_2 = \frac{H_2 - m_L x_2 r_0}{m_L(c_{pL} + x_2 c_{pD})} = 20,83\,°\mathrm{C}$$

$$p_s(20,83°\mathrm{C}) = 24,60\,\mathrm{mbar}, \quad x_s = 0,01569 > x_2$$

$$\psi_2 = x_2/x_s = 0,109$$

B4 Gesättigter Wasserdampf (p=10,027 bar, $\dot{m}$= 1 kg/s) strömt in einen Wärmetauscher, den er als Flüssigkeit (p=10,027 bar, $\vartheta_2 = 20$ °C, $s_2 = 0.296$ kJ/kgK) wieder verläßt. Ein Teil der dabei frei werdenden Wärme wird dazu verwendet einen Massenstrom von 20 kg/s Luft von 275 K auf 290 K isobar zu erwärmen. Der Rest geht an die Umgebung (T_U = 275 K) verloren. Berechnen Sie die Gesamtentropieproduktion dieses Prozesses pro Zeiteinheit.

$$c_{p,\mathrm{Luft}} = 1\ \mathrm{kJ/kgK},\ c_{p,\mathrm{Wasser,fl}} = 4,19\ \mathrm{kJ/kg}$$

Dampftafel für Wasser:

ϑ °C	p bar	v' dm³/kg	v'' m³/kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg	r kJ/kg	s' kJ/kgK	s'' kJ/kgK
170	7,920	1,1145	0,2426	719,1	2767,1	2048,0	2,0416	6,6630
180	10,027	1,1275	0,1938	763,1	2776,3	2013,2	2,1393	6,5819
190	12,551	1,1415	0,1563	807,5	2784,3	1976,8	2,2356	6,5036

1. Hauptsatz

$$0 = \dot{Q}_U + \dot{H}_{\mathrm{W,ein}} + \dot{H}_{\mathrm{W,aus}} + \dot{H}_{\mathrm{L,ein}} + \dot{H}_{\mathrm{L,aus}}$$

$$\dot{H}_{\mathrm{W,ein}} = \dot{m}_{\mathrm{W,ein}} h_{\mathrm{W,ein}} = \dot{m}_{\mathrm{W}} h'' = 2776,3\,\mathrm{kJ/s}$$

$$\dot{H}_{\mathrm{W,aus}} = \dot{m}_{\mathrm{w,aus}} h_{\mathrm{W,aus}} = -\dot{m}_W\ c_{\mathrm{p,W,fl}}\,\vartheta_2 = -83,8\,\mathrm{kJ/s}$$

$$\dot{H}_{\mathrm{L,ein}} = \dot{m}_{\mathrm{L,ein}} h_{\mathrm{L,ein}} = \dot{m}_{\mathrm{L}} c_{\mathrm{p,L}} T_{\mathrm{L,ein}} = 5500\,\mathrm{kJ/s}$$

$$\dot{H}_{\mathrm{L,aus}} = \dot{m}_{\mathrm{L,aus}} h_{\mathrm{L,aus}} = -\dot{m}_{\mathrm{L}} c_{\mathrm{p,L}} T_{\mathrm{L,aus}} = -5800\,\mathrm{kJ/s}$$

$$\dot{Q}_U = -\dot{H}_{\mathrm{W,ein}} - \dot{H}_{\mathrm{W,aus}} - \dot{H}_{\mathrm{L,ein}} - \dot{H}_{\mathrm{L,aus}} = -2392,5\,\mathrm{kJ/s}$$

Entropiebilanz

$$0 = \dot{S}_{\mathrm{Prod}} + \dot{S}_{\mathrm{W,ein}} + \dot{S}_{\mathrm{W,aus}} + \dot{S}_{\mathrm{L,ein}} + \dot{S}_{\mathrm{L,aus}} + \frac{\dot{Q}_U}{T_U}$$

$$\dot{S}_{\mathrm{W,ein}} = \dot{m}_{\mathrm{W,ein}} s_{\mathrm{W,ein}} = \dot{m}_{\mathrm{W}} s'' = 6,5819\,\mathrm{kJ/Ks}$$

$$\dot{S}_{\mathrm{W,aus}} = \dot{m}_{\mathrm{W,aus}} s_{\mathrm{W,aus}} = -\dot{m}_{\mathrm{W}} s_2 = -0,296\,\mathrm{kJ/Ks}$$

$$\dot{S}_{\mathrm{L,ein}} - \dot{S}_{\mathrm{L,aus}} = \dot{m}_{\mathrm{L}} (s_{\mathrm{L,ein}} - s_{\mathrm{L,aus}}) = \dot{m}_{\mathrm{L}} c_p \ln T_{\mathrm{L,ein}}/T_{\mathrm{L,aus}} = -1,0622\,\mathrm{kJ/Ks}$$

$$\frac{\dot{Q}_U}{T_U} = -8,7098\,\mathrm{kJ/Ks}$$

$$\dot{S}_{\mathrm{Prod}} = -\dot{S}_{\mathrm{W,ein}} - \dot{S}_{\mathrm{W,aus}} - \dot{S}_{\mathrm{L,ein}} - \dot{S}_{\mathrm{L,aus}} - \frac{\dot{Q}_U}{T_U} = 3,4861\,\mathrm{kJ/Ks}$$

B5 Ein Zylinder ist mit einem reibungsfrei beweglichen, masselosen Kolben verschlossen. Im Zylinder befindet sich ein Gemisch aus flüssigem und dampfförmigem Wasser. Das Volumen des Zylinders beträgt in einem Ausgangszustand '1' $V_1 = 10\ \mathrm{m}^3$, bei einem Füllgrad $\varphi_1 = V_1'/V_1 = 0,05$. Der Umgebungsdruck beträgt 1 bar und ist konstant. Über eine Leitung werden dem Zylinder nun $m_{\mathrm{zu}} = 10$ kg Wasserdampf mit einem Druck $p_{\mathrm{zu}} = 2$ bar und einer spezifischen Enthalpie $h_{\mathrm{zu}} = 3040$ kJ/kg zugeführt, bis ein Endzustand '2' erreicht wird.

Berechnen Sie die zu- oder abzuführende Wärmemenge Q_{12} damit $\varphi_2 = V_2'/V_2 = \varphi_1$ ist.

ϑ	p	v'	v''	h'	h''	r
°C	bar	dm³/kg	m³/kg	kJ/kg	kJ/kg	kJ/kg
100	1,0	1,0437	1,6730	419,1	2676,0	2256,9
110	1,43	1,0519	1,2010	461,3	2691,3	2230,0
120	2,0	1,0606	0,8915	503,7	2706,0	2202,3

Lösung

$$U_2 - U_1 = Q_{12} - p\Delta V + m_{\mathrm{zu}} h_{\mathrm{zu}}$$

$$Q_{12} = H_2 - H_1 - m_{\mathrm{zu}} h_{\mathrm{zu}}$$

Volumen der fl. Phase:

$$V_1' = m_1' v_1 = \varphi V_1, \qquad m_1' = V_1'/v_1' = 479,06\mathrm{kg}$$

$$m_1'' = (1-\varphi)V_1/v_1'' = 5,678\,\mathrm{kg}$$

$$m_1 = 484,74\,\mathrm{kg}$$

$$x = x_1 = x_2 = m_1'/m_1 = 0,01172$$

$$h_1 = h_2 = 445,54\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$H_1 = m_1 h_1, \quad H_2 = (m_1 + m_{\mathrm{zu}})h_2$$

$$Q_{12} = (m_1 + m_{\mathrm{zu}})h_1 - m_1 h_1 - m_{\mathrm{zu}} h_{\mathrm{zu}} = m_{\mathrm{zu}}(h_1 - h_{\mathrm{zu}}) = -25,94\,\mathrm{MJ}$$