Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik Teil 1, 5.12.2003

2.) Ein starrer, adiabater Behälter enthält ideales Gas gegebener konstanter spezifischer Wärmekapazitäten der Masse m. Im Anfangszustand ist die Temperatur des Gases T_1 gleich der Umgebungstemperatur T_U. Mittels eines Rührers wird dem System die Arbeit W_{12} zugeführt, sodaß sich die Temperatur des Gases auf T_2 erhöht. Danach wird dem Gas Wärme entzogen und einer reversibel arbeitenden Wärmekraftmaschine zugeführt, welche ihrerseits Wärme an die Umgebung der konstanten Temperatur T_U abgibt, bis das Gas wieder auf seine Anfangstemperatur abgekühlt ist.

a) Ermitteln Sie die von der Wärmekraftmaschine abgegebene Arbeit W_O in Abhängigkeit der Temperatur T_2 (c_v gegeben und konstant).

b) Für welchen (Grenz)Wert der Umgebungstemperatur kann die gesamte aufzuwendende Arbeit W_{12} wieder mittels der Wärmekraftmaschine gewonnen werden ($W_{12} = |W_\mathrm{O}|$)?
Hinweis: $\lim_{x\to 0} x \ln x = 0$

Lösung
a) Rühren:

$$W_{12} = mc_v(T_2 - T_u)$$

Carnot-Maschine:

$$\mathrm{d}Q_{zu} = -mc_v\mathrm{d}T$$

$$\mathrm{d}Q_{abu} = -\frac{T_U}{T}\mathrm{d}Q_{zu} = mc_v\frac{T_u}{T}\mathrm{d}T$$

$$\mathrm{d}W_0 = mc_v\left(\frac{T_U}{T} - 1\right)\mathrm{d}T$$

$$|W_0| = mc_v\left((T_2 - T_U) - T_U \ln\frac{T_2}{T_U}\right) = W_{12}\left(1 - \frac{T_U}{T_2 - T_U}\ln\frac{T_2}{T_U}\right)$$

b)

$$W_{12} = |W_0| : \quad W_{12} = W_0 = 0 \quad \text{oder} \quad T_U = 0$$

3.) Feuchte Luft ($m_{\mathrm{L}} = 30$kg, $p = 1$bar, $\vartheta_1 = 23$°C, $\varphi_1 = 0,85$) wird quasistatisch, isobar abgekühlt, sodaß $m_{\mathrm{F}} = 300$g Kondensat ausfällt.

- Berechnen Sie den Wassergehalt x_1 sowie den Flüssigkeits- und Dampfgehalt x_{F_2} bzw. x_{D_2}.
- Berechnen Sie ϑ_2 und geben Sie an, wieviel Wärme entzogen werden muß.

$$c_{p\mathrm{L}} = 1\,\mathrm{kJ/kg\,K}, \quad c_{p\mathrm{D}} = 1,86\,\mathrm{kJ/kg\,K}, \quad c_{p\mathrm{F}} = 4,19\,\mathrm{kJ/kg\,K}, \quad r_0 = 2501,6\,\mathrm{kJ/kg},$$

$$\varphi = p_{\mathrm{D}}/p_{\mathrm{s}}, \quad x = 0,622\frac{p_{\mathrm{D}}}{p - p_{\mathrm{D}}},$$

$$\mathcal{M}_{\mathrm{L}} = 29\,\mathrm{kg/kmol}, \mathcal{R} = 8314\,\mathrm{J/kmolK}.$$

Dampfdruck-
tabelle für
Wasser:

ϑ °C	p_s mbar
0	6,11
1	6,57
2	7,06
3	7,58
4	8,13
5	8,72
6	9,35
7	10,02
8	10,72
9	11,48
10	12,28
11	13,12
12	14,02
13	14,97
14	15,98
15	17,05
16	18,17
17	19,37
18	20,63
19	21,96
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09
25	31,66

Lösung

$$p_D = \varphi p_S = 23,8765\,\mathrm{mbar}, \quad x_1 = 0,015214, \quad x_{F_2} = 0,01, \quad x_{D_2} = x_{S_2} = 0,005214$$

$$p_{s_2} = \frac{x_{S_2}}{0,622 + x_{s_2}} = 8,3137\mathrm{mbar} \quad \rightarrow \quad \vartheta_2 = 4,3113\,°\mathrm{C}$$

$$h_{1+x}^{(1)} = 61,710\,\mathrm{kJ/kg}, \quad h_{1+x}^{(2)} = 17,578\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$|Q_{12}| = m_L\left(h_{1+x}^{(1)} - h_{1+x}^{(2)}\right) = 1324,05\,\mathrm{kJ}$$

4.) Wasser durchläuft in einem Kreisprozeß ausgehend vom Sättigungszustand folgende Teilprozesse:

$1 \to 2$ adiabate Drosselung von $p_1 = 25$ bar auf $p_2 = 6,6$ bar;

$2 \to 3$ vollständige, isobare Verdampfung;

$3 \to 4$ reversible, adiabate Überhitzung auf p_1;

$4 \to 1$ vollständige, isobare Kondensation;

a) Skizzieren Sie diesen Prozeß (Kältemaschine) in einem T, s Diagramm. Zeichnen Sie die zu- bzw. abgeführten Wärmemengen ein.

b) Berechnen Sie die Änderungen der spezifischen inneren Energie und der spezifischen Entropie bei der Zustandsänderung $1 \to 2$.

c) Berechnen Sie die bei der Zustandsänderung $3 \to 4$ zuzuführende Arbeit pro kg Wasser.

d) Berechnen Sie die pro kg Wasser zu- bzw. abgeführten Wärmemengen q_z bzw. q_a und die Leistungszahl ε_K.

Dampftafel für Wasser

p bar	ϑ °C	v' dm^3/kg	v'' m^3/kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg	r kJ/kg	s' kJ/kgK	s'' kJ/kgK
6,6	162,60	1,1053	0,2883	686,78	2759,5	2072,7	1,9684	6,7252
25	223,94	1,1972	0,07991	961,96	2800,9	1839,0	2,5543	6,2536

Überhitzter Dampf

p bar	ϑ °C	v m^3/kg	h kJ/kg	s kJ/kgK
25	320	0,1033	3056,5	6,7252

Lösung

$$h_1 = h_2 = 961,96, \mathrm{kJ/kg}$$

$$x_2 = \frac{h_2 - h_2'}{h_2'' - h_2'} = 0,13276$$

$$v_2 = 39,232 \,\mathrm{dm^3/kg}, \quad s_2 = 2,5999 \,\mathrm{kJ/kgK}$$

$$u_2 - u_1 = h_2 - p_2 v_2 - (h_1 - p_1 v_1) = p_1 v_1 - p_2 v_2 = 22,901 \,\mathrm{kJ/kg}$$

$$s_2 - s_1 = 45,61 \,\mathrm{J/kgK}$$

$$w_{34} = u_4 - u_3 = (h_4 - p_4 v_4) - (h_3 - p_3 v_3) = 229,03 \,\mathrm{kJ/kg}$$

$$|q_{ab}| = h_4 - h_1 = 2094,54 \,\mathrm{kJ/kg}, \quad q_{zu} = h_3 - h_2 = 1797,54 \mathrm{kJ/kg}$$

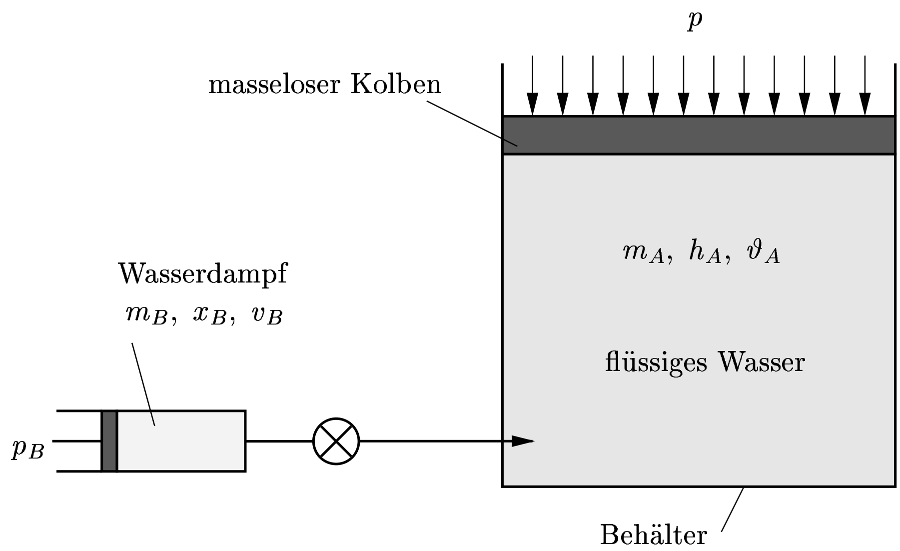
$$\varepsilon_K = \frac{q_{zu}}{w_{34}} = 7,85$$

5.) Zur Bestimmung des Dampfgehaltes eines Gemisches aus flüssigem und dampfförmigem Wasser ($m_B = 9$ kg) wird dieses Gemisch mit einem Druck $p_B = p = 1.0133$ bar einem Tank zugeführt. In diesem Tank befindet sich in einem Ausgangszustand "1" flüssiges Wasser ($m_{A,1} = 136$ kg, $\vartheta_{A,1} = 10$ °C). Der Tank ist mittels eines reibungsfrei beweglichen, masselosen Kolbens gegen die Umgebung abgeschlossen. Am Ende des Versuches (Zustand "2") findet man im Tank flüssiges Wasser mit einer Temperatur $\vartheta_{A,2} = 40$ °C vor.
Bestimmen Sie den Dampfgehalt x_B und das spezifische Volumen v_B des Wasser-Dampf Gemisches in der Zuleitung.

Hinweis: Etwaiger Wärmeaustausch mit der Umgebung ist zu vernachlässigen.
Flüssiges Wasser hat eine spezifische Wärmekapazität $c_{p,W} = 4.2$ kJ/kgK.

Dampftafel für Wasser

ϑ °C	p bar	v' dm^3/kg	v'' m^3/kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg	r kJ/kg
100	1,0133	1,0437	1,6730	461,1	2676,0	2256,9



Lösung

1. Hauptsatz für offene Systeme:

$$U_2 - U_1 = m_B h_B - p\Delta V$$

$$h_B = \frac{H_2 - H_1}{m_B} = 2072\,\text{kJ/kg}$$

$$x_B = 0,727$$

6.) Eis der Masse $m_{1\mathrm{E}} = 6\,\mathrm{kg}$ und der Temperatur $\vartheta_{1\mathrm{E}} = -12\,°\mathrm{C}$ wird bei konstantem Druck $p = 1\,\mathrm{bar}$ in Wasser mit der Masse $m_{1\mathrm{F}} = 3\,\mathrm{kg}$ und der Temperatur $\vartheta_{1\mathrm{F}} = 4\,°\mathrm{C}$ gegeben, wobei etwaiger Wärmeaustausch mit der Umgebung zu vernachlässigen ist.

$$c_{p,\mathrm{E}} = 2,2\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}} \quad , \quad c_{p,\mathrm{F}} = 4,2\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kgK}} \quad , \quad l_0 = 334\,\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}$$

a) Berechnen Sie die Wärmemenge $Q_{\mathrm{E}1}$, die notwendig ist, um das Eis auf $0\,°\mathrm{C}$ zu erwärmen.
Berechnen Sie die Wärmemenge $Q_{\mathrm{E}2}$, die notwendig wäre, um das Eis ausgehend vom Zustand "1" gerade vollständig zu schmelzen.

b) Berechnen Sie die Wärmemenge $Q_{\mathrm{F}1}$, die notwendig ist, um das flüssige Wasser (3 kg) auf $0\,°\mathrm{C}$ abzukühlen.
Berechnen Sie die Wärmemenge $Q_{\mathrm{F}2}$, die notwendig wäre, um das flüssige Wasser (3 kg) ausgehend vom Zustand "1" vollständig in Eis mit der Temperatur $0\,°\mathrm{C}$ umzuwandeln.

c) Welcher Endzustand stellt sich ein? Hinweis: vergleichen Sie die unter Punkt a) und b) errechneten Wärmemengen.
Berechnen Sie die Massen von Wasser und Eis im Endzustand und geben Sie die Endtemperatur an.

d) Berechnen Sie die Entropieänderung des Systems Wasser-Eis.

Lösung

$$Q_{1E} = 158,4\,\mathrm{kJ}, \quad Q_{2E} = 2162,4\,\mathrm{kJ}$$

$$Q_{1F} = 50,4\,\mathrm{kJ}, \quad Q_{2F} = 1052,4\,\mathrm{kJ}$$

$$H_1 = m_{1F} c_{P,F} \vartheta_{1,F} + m_{1,E}(c_{P,E} - l_0) = -2112\,\mathrm{kJ}$$

$$\vartheta_2 = 0\,°\mathrm{C}$$

$$H_2 = H_1 = -m_{2,E} l_0, \quad m_{2E} = 6,323\,\mathrm{kg}$$

$$S_2 - S_1 = m_{1E} c_{P,E} \ln\frac{T^*}{T_{1,E}} + m_{1F} c_{P,F} \ln\frac{T^*}{T_{1,F}} + \frac{m_{2F} - m_{1F}}{T^*} l_0 = 14,4\,\mathrm{J/K}$$