Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik 25. 07. 2003

B1) Ein Gas, das der Zustandsgleichung

$$p(v-b) = RT$$

genügt, wird ausgehend vom Zustand 1 (Temperatur T_1, Druck p_1) auf den Druck p_2 adiabat gedrosselt. Berechnen Sie T_2.
Hinweis: Berechnen Sie zunächst den Joule-Thomson Koeffizienten

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = \frac{1}{c_p}\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right].$$

Nehmen Sie an, c_p sowie b seien konstant.

Die adiabate Drosselung ist ein isenthalper Prozess, $\mathrm{d}h = 0$. Mit $\mathrm{d}T = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h \mathrm{d}p + \left(\frac{\partial T}{\partial h}\right)_p \mathrm{d}h$ gilt $\mathrm{d}T = \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h \mathrm{d}p$ und somit $T_2 - T_1 = \int_{p_1}^{p_2} \left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h \mathrm{d}p$. Mit $v = \frac{RT}{p} + b$ erhält man für den Joule-Thomson Koeffizienten

$$\frac{1}{c_p}\left[T\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_p - v\right] = \frac{1}{c_p}\left[\frac{RT}{p} - \frac{RT}{p} - b\right] = -\frac{b}{c_p}.$$

$$T_2 - T_1 = \int_{p_1}^{p_2} -\frac{b}{c_p}\,\mathrm{d}p = -\frac{b}{c_p}(p_2 - p_1), \qquad \underline{T_2 = T_1 - \frac{b}{c_p}(p_2 - p_1).}$$

Anmerkung: Sowohl b als auch c_p sind vom thermodynamischen Zustand abhängig. Sie werden in guter Näherung als temperaturabhängige Polynome dargestellt, $b = B_0 + B_1/T + B_2/T^2 + B_3/T^3$, $c_p = c_{p0} + c_{p1}T$.

B2) Ein ideales Gas konstanter spezifischer Wärmekapazitäten (geg.: κ, R) durchläuft folgenden reversiblen Kreisprozeß (geg.: p_1, v_1, p_2):

$1 \to 2$ adiabate Kompression,

$2 \to 3$ isobare Expansion,

$3 \to 1$ isochore Wärmeabgabe.

a) Zeichnen Sie den Kreisprozeß in ein p,v- und ein T,s-Diagramm ein. Handelt es sich dabei um eine Wärmekraftmaschine oder eine Wärmepumpe?

b) Berechnen Sie die zugeführte Wärmemenge q_{zu} und die abgeführte Wärmemenge q_{ab} und zeichnen Sie die Wärmemengen in das entsprechende Diagramm ein.

c) Berechnen Sie je nach Art der Maschine den thermischen Wirkungsgrad η oder die Leistungszahl ϵ_{WP} als Funktion des Druckverhältnisses $\psi = p_1/p_2$.

a) Wärmekraftmaschine.
b)
$q_{\mathrm{zu}} = q_{23}$: 1. HS: $\mathrm{d}h = \mathrm{d_e}q + v\mathrm{d}p$; isobare Zustandsänderung: $\mathrm{d}h = \mathrm{d_e}q$; ideales Gas: $\mathrm{d}h = c_p\mathrm{d}T$.

$$\Rightarrow \mathrm{d_e}q = c_p\mathrm{d}T, \quad q_{23} = c_p(T_3 - T_2)$$

$|q_{\mathrm{ab}}| = q_{13}$: 1. HS: $\mathrm{d}u = \mathrm{d_e}q - p\mathrm{d}v$; isochore: $\mathrm{d}u = \mathrm{d_e}q$; ideales Gas: $\mathrm{d}u = c_v\mathrm{d}T$.

$$\Rightarrow \mathrm{d_e}q = c_v\mathrm{d}T, \quad q_{13} = c_v(T_3 - T_1)$$

Die Temperaturen ergeben sich aus den anderen bekannten Zustandsgrößen aus der Zustandsgleichung für ein ideales Gas: $T_1 = p_1v_1/R$; $T_3 = p_3v_3/R$, Substitution von $p_3 = p_2$ und $v_3 = v_1$ ergibt $T_3 = p_2v_1/R$. Aus der Isentropenbeziehung, $p_1v_1^\kappa = p_2v_2^\kappa$ folgt $v_2 = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\kappa} v_1$ und $T_2 = \frac{p_2v_1}{R}\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\kappa}$. Mit $c_p = R\kappa/(\kappa-1)$ und $c_v = R/(\kappa-1)$ erhält man

$$q_{\text{zu}} = \frac{R\kappa}{\kappa-1}\frac{p_2v_1}{R}\left(1-\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{1/\kappa}\right), \qquad |q_{\text{ab}}| = \frac{R}{\kappa-1}\frac{p_2v_1}{R}\left(1-\left(\frac{p_1}{p_2}\right)\right).$$

c) Für eine Wärmekraftmaschine ist der thermische Wirkungsgrad gegeben durch

$$\eta = \frac{|w_0|}{q_{\text{zu}}} = \frac{q_{\text{zu}}-|q_{\text{ab}}|}{q_{\text{zu}}} = 1-\frac{|q_{\text{ab}}|}{q_{\text{zu}}}. \qquad \text{Einsetzen ergibt } \underline{\eta = 1-\frac{1}{\kappa}\frac{(1-\psi)}{(1-\psi^{1/\kappa})}}.$$

B3) Die Wärmekraftmaschine eines kalorischen Kraftwerks arbeite zwischen den Temperaturniveaus des Dampferzeugers (mittlere Temperatur: $\vartheta_{\text{DE}} = 313\,°\text{C}$) und eines flußwassergekühlten Kondensators ($\vartheta_K = 20\,°\text{C}$). Die Nutzleistung der Kraftwerks sei $P = 750\,\text{MW}$. Berechnen Sie:

a) Den maximal möglichen thermischen Wirkungsgrad η_{max} und die dabei an das Flußwasser abzuführende Wärme.

b) Wieviel Wärme muß an das Flußwasser abgeführt werden, wenn der tatsächliche Wirkungsgrad des Kraftwerks 60% des Maximalwertes beträgt?

c) Wie groß ist die Temperaturerhöhung des Flußwassers, wenn pro Sekunde $165\,\text{m}^3$ Wasser am Kraftwerk vorbeiströmen?

Stoffwerte für Wasser: $\rho_{\text{W}} = 1000\,\text{kg/m}^3$, $c_{\text{W}} = 4180\,\text{J/kgK}$.

a) Der maximale Wirkungsgrad ist gleich dem Carnotschen Wirkungsgrad,

$$\eta_{\text{max}} = \eta_{\text{c}} = 1-\frac{T_{\text{ab}}}{T_{\text{zu}}} = 1-\frac{T_{\text{K}}}{T_{\text{DE}}} = 1-\frac{293{,}15}{586{,}15}, \quad \Rightarrow \underline{\eta_{\text{max}} = 0{,}5}.$$

Gleichzeitig ist $\eta = |W_0|/Q_{\text{z}} = P/\dot{Q}_{\text{z}}$ und $|W_0| = Q_{\text{z}} - |Q_{\text{a}}|$ bzw. $P = \dot{Q}_{\text{z}} - |\dot{Q}_{\text{a}}|$. Einsetzen ergibt $\eta = P/(|\dot{Q}_{\text{a}}|+P)$ und nach Umformung

$$|\dot{Q}_{\text{a}}| = P\left(\tfrac{1}{\eta}-1\right). \quad \Rightarrow \underline{|\dot{Q}_{\text{a}}|} = P\left(\tfrac{1}{0{,}5}-1\right) = \underline{750\,\text{MW}}.$$

b) $\eta = 0{,}6\cdot 0{,}5 = 0{,}3$. $\quad \Rightarrow \underline{|\dot{Q}_{\text{a}}|} = P\left(\tfrac{1}{0{,}3}-1\right) = \tfrac{7}{3}P \underline{= 1750\,\text{MW}}.$

c) $|\dot{Q}_{\text{a}}| = \dot{m}c_p\Delta\vartheta = \dot{V}\rho_{\text{W}}c_{\text{W}}\Delta\vartheta. \quad \Rightarrow \underline{\Delta\vartheta} = \frac{1{,}75\cdot 10^9}{165\cdot 1000\cdot 4180} \underline{= 2.54\,°\text{C}}.$

B4) Naßdampf wird in einem Ventil von $p_1 = 8\,\text{bar}$ auf p_2 adiabat gedrosselt. Hinter dem Ventil liegt gesättigter Dampf mit einer Temperatur von $\vartheta_2 = 110\,°\text{C}$ vor.

a) Wie groß ist der Druck p_2?

b) Wie groß ist die Temperatur ϑ_1 vor dem Ventil?

c) Bestimmen Sie den Dampfgehalt x_1 des Naßdampfes vor dem Ventil.

d) Skizzieren Sie diesen Vorgang in einem p,v-Diagramm.

a) Dampftabelle: $\vartheta_2 = 110\,°\mathrm{C} \quad \Rightarrow \underline{p_2 = 1{,}43\,\mathrm{bar}}$.

b) Dampftabelle: $p_1 = 8\,\mathrm{bar} \quad \Rightarrow \underline{\vartheta_1 = 170\,°\mathrm{C}}$.

c) Die adiabate Drosselung ist ein isenthalper Prozess, $h_1 = h_2$. Im Zustand 2 liegt gesättigter Dampf vor, $h_2 = h_2'' = 2691{,}3\,\mathrm{kJ/kg}$. Für den Zustand 1 gilt $h_1 = (1 - x_1)h_1' + x_1 h_1''$, somit nach Umformung

$$\underline{x_1} = \frac{h_1 - h_1'}{h_1'' - h_1'} = \frac{h_1 - h_1'}{r_1} = \frac{2691{,}3 - 719{,}1}{2048} \underline{= 0{,}963}.$$

B5) Durch einen Widerstand von $25\,\Omega$ ($c_p = 840\,\mathrm{J/kgK}$, $m = 10\,\mathrm{g}$) fließt eine Sekunde lang ein elektrischer Strom von 10 A.

a) Berechnen Sie die Entropieänderung des Widerstandes, wenn die gesamte Verlustwärme abgeführt wird.
b) Die Umgebung ist ein sehr großer, mit Luft gefüllter Raum ($\vartheta_\mathrm{U} = 27\,°\mathrm{C} = const.$). Berechnen Sie die durch den Widerstand hervorgerufene Entropieänderung der Raumluft.

Anschließend wird der Widerstand thermisch isoliert. Dann fließt wieder eine Sekunde lang ein elektrischer Strom von 10 A durch dem Widerstand.

c) Welche Endtemperatur erreicht der Widerstand, wenn seine Ausgangstemperatur 27 °C war?
d) Berechnen Sie die Entropieänderung des Widerstands.
e) Berechnen Sie die Entropieänderung des aus Widerstand und Umgebungsluft bestehenden Systems.

elektrische Leistung: $P = I^2 R$.

a)

$$\mathrm{d}S_\mathrm{W} = \frac{\mathrm{d_e}Q_\mathrm{W}}{T},\ \mathrm{d_e}Q_\mathrm{W} = 0 \quad \Rightarrow \underline{\mathrm{d}S_\mathrm{W} = 0}.$$

b)

$$\mathrm{d}S_\mathrm{U} = \frac{\mathrm{d_e}Q_\mathrm{U}}{T},\ T = const. \quad \Rightarrow \Delta S_\mathrm{U} = S_2 - S_1 = \frac{Q_{12}}{T}.$$

$$Q_{12} = Pt = 10^2 \cdot 25 \cdot 1 = 2500\,\mathrm{J}. \quad \underline{\Delta S_\mathrm{U}} = \frac{2500}{300{,}15} \underline{= 8{,}33\,\mathrm{J/K}}.$$

c) Der 1. HS, $\mathrm{d}H = \mathrm{d_e}Q + V\mathrm{d}p$ ergibt für die isobare Zustandsänderung $\mathrm{d}H = \mathrm{d_e}Q$. Mit der kalorischen Zustandsgleichung, $\mathrm{d}H = mc_p\mathrm{d}T$ folgt $mc_p\mathrm{d}T = \mathrm{d_e}Q$ und somit $mc_p(T_2 - T_1) = Q_{12}$,

$$T_2 = T_1 + \frac{Q_{12}}{mc_p} = 300{,}15 + \frac{2500}{840 \cdot 0{,}01} = 300{,}15 + 297{,}62 = 597{,}8\,\mathrm{K}, \quad \Rightarrow \underline{\vartheta_2 = 324{,}6\,°\mathrm{C}}.$$

d)

$$\mathrm{d}S_\mathrm{W} = \frac{\mathrm{d_e}Q_\mathrm{W}}{T} = \frac{mc_p}{T}\mathrm{d}T, \quad \Delta S_\mathrm{W} = S_2 - S_1 = mc_p \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right),$$

$$\underline{\Delta S_\mathrm{W}} = 0{,}01 \cdot 840 \cdot \ln\left(\frac{597{,}77}{300{,}15}\right) \underline{= 5{,}787\,\mathrm{J/K}}.$$

e) Die Entropie der Raumluft beibt unverändert, $\underline{\Delta S = \Delta S_\mathrm{W} = 5{,}787\,\mathrm{J/K}}$.