Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik 09.05.2003

B1 Eine Maschine mit einem idealen Gas gegebener konstanter spezifischer Wärmekapazitäten als Arbeitsmedium arbeitet nach folgendem reversiblen Kreisprozeß:

1→ 2: adiabate Expansion.
2→ 3: isochore Verdichtung.
3→ 1: isobare Verdichtung.

- Zeichnen Sie die Zustandsänderungen im p,V- und im T,s-Diagramm ein!
- Handelt es sich um eine Wärmekraftmaschine oder eine Wärmepumpe?
- Berechnen Sie für jeden Teilprozeß die zu- bzw. abgeführte Wärme und Arbeit.
- Skizzieren Sie in den Diagrammen die zu- bzw. abgeführte Wärme und die Nettoarbeit.
- Berechnen Sie die Leistungskennzahl als Funktion von V_1 und V_2.

$$1 \to 2 \quad \mathrm{d}q = 0 \quad \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa} \qquad \mathrm{d}u = \mathrm{d_e}w \Rightarrow \underline{w_{12} = c_v\,(T_2 - T_1)} \qquad \underline{q_{12} = 0}$$

$$2 \to 3 \quad \mathrm{d}v = 0 \quad \Rightarrow \frac{T_2}{T_3} = \frac{p_2}{p_1} \qquad \mathrm{d}u = \mathrm{d_e}q \Rightarrow \underline{q_{23} = q_{\mathrm{zu}} = c_v T_3 \left(1 - \frac{T_2}{T_3}\right)} \qquad \underline{w_{23} = 0}$$

$$3 \to 1 \quad \mathrm{d}p = 0 \quad \Rightarrow \frac{T_1}{T_3} = \frac{v_1}{v_2} \qquad \mathrm{d}h = \mathrm{d_e}q \Rightarrow \underline{q_{31} = q_{\mathrm{ab}} = c_p T_3 \left(\frac{T_1}{T_3} - 1\right)} \qquad w_{31} = -p_1 \int_{v_2}^{v_1} \mathrm{d}v = \underline{-p_1\,(v_1 - v_2)}$$

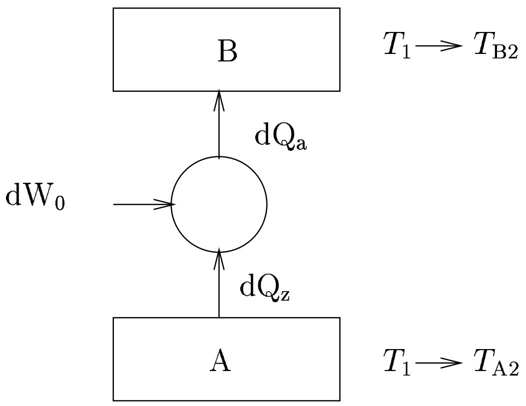
$$\varepsilon_{\mathrm{W}} = \frac{|q_{\mathrm{ab}}|}{w_0} = \left(1 - \frac{q_{\mathrm{zu}}}{|q_{\mathrm{ab}}|}\right)^{-1} = \underline{\left(1 - \frac{1}{\kappa}\frac{1 - \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa}}{1 - \frac{v_1}{v_2}}\right)^{-1}}$$

B2 Zwei identische Körper der Masse m und mit der konstanten spezifischen Wärmekapazität c haben beide die Temperatur T_1. Eine reversibel arbeitende Kältemaschine wird nun zwischen die beiden Körper geschaltet und arbeitet solange, bis die Temperatur des Körpers A auf $T_{\mathrm{A}2}$ ($T_{\mathrm{A}2} < T_1$) abgesunken ist.

Berechnen Sie:

a) Die Temperatur $T_{\mathrm{B}2}$ des Körpers B in Abhängigkeit von T_1 und $T_{\mathrm{A}2}$.

b) Die Arbeit W_0, die der Maschine zugeführt werden muss, in Abhängigkeit von T_1 und $T_{\mathrm{A}2}$.



$$a)\text{2. HS Maschine: } \mathrm{d}S = \underbrace{\mathrm{d_e}S}_{\frac{\mathrm{d_e}Q}{T}} + \underbrace{\mathrm{d_i}S}_{=0,\text{rev.}} = \underbrace{0}_{\text{Kreisprozess}} \Rightarrow \frac{\mathrm{d_e}Q_\mathrm{z}}{T} - \frac{\mathrm{d_e}Q_\mathrm{a}}{T} = 0$$

$$\text{1. HS Körper: A: } \mathrm{d}H_\mathrm{A} = \mathrm{d_e}Q_\mathrm{A} = mc\underbrace{\mathrm{d}T_\mathrm{A}}_{<0} = -\mathrm{d}Q_\mathrm{z} \qquad \text{B: } \mathrm{d}H_\mathrm{B} = \mathrm{d_e}Q_\mathrm{B} = mc\underbrace{\mathrm{d}T_\mathrm{B}}_{>0} = \mathrm{d}Q_\mathrm{a} \Rightarrow$$

$$-\int_{T_1}^{T_{\mathrm{A2}}} \frac{\mathrm{d}T_\mathrm{A}}{T_\mathrm{A}} = \int_{T_1}^{T_{\mathrm{B2}}} \frac{\mathrm{d}T_\mathrm{B}}{T_\mathrm{B}} \Rightarrow \underline{T_{\mathrm{B2}} = \frac{T_1^2}{T_{\mathrm{A2}}}}$$

$$b)\text{1. HS Maschine: } \mathrm{d_e}W_0 - \mathrm{d_e}Q_\mathrm{z} + \mathrm{d_e}Q_\mathrm{a} = 0 \Rightarrow \underline{W_0 = \frac{mc}{T_{\mathrm{A2}}}(T_1 - T_{\mathrm{A2}})^2}$$

B3 Gegeben ist ein Gemisch ($m = 10$ kg) aus flüssigem und dampfförmigem Wasser bei einem Druck von $p = 10$ bar und einem Dampfgehalt von $x = 0,23$.

a) Welcher Druck p_2 stellt sich ein, wenn das Gemisch reversibel adiabat bis zum Sättigungszustand komprimiert wird? Skizzieren Sie den Vorgang in einem pv-Diagramm und einem TS-Diagramm.

b) Wieviel gesättigter Dampf muß dem Gemisch bei $p = 10$ bar hinzugefügt werden, damit bei isentroper Kompression auf p_2 (selber Druck wie im vorigen Punkt) nur gesättigter Dampf vorliegt?

Hinweis: Dampftafel auf der letzten Seite der Prüfung (interpolieren nicht notwendig)

$$a)\,(1-x)\,s_1'\,(10\text{ bar}) + x s_1''\,(10\text{ bar}) = s_2 = 3,1611\frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \Rightarrow DT: s_2 = s_2' \text{ und } p_2\,(s_2') = \underline{74,641\text{ bar}}$$

$$b)\,(1-x_n)\,s_1'\,(10\text{ bar}) + x_n s_1''\,(10\text{ bar}) = s_2''\,(p_2) \Rightarrow x_n = \frac{s_2''\,(p_2) - s_1'\,(10\text{ bar})}{s_1''\,(10\text{ bar}) - s_1'\,(10\text{ bar})} = 0.821 = \frac{\Delta m_\mathrm{D} + m_{\mathrm{D1}}}{\Delta m_\mathrm{D} + m} \Rightarrow$$

$$\Delta m_\mathrm{D} = m\frac{x_n - x}{1 - x_n} = \underline{33,02\text{ kg}}$$

B4 In einem Gefäß befindet sich 40 kg Eis mit der Temperatur $\vartheta_\mathrm{E} = -10\,°\mathrm{C}$. Wieviel Wasser der Temperatur $\vartheta_\mathrm{F} = 30\,°\mathrm{C}$ muß dem Gefäß mindestens hinzugefügt werden, um das Eis vollständig zu schmelzen?

Berechnen Sie außerdem die Entropieänderung dieses Vorganges und begründen Sie, warum dieser reversibel oder irreversibel ist.

$$c_{\mathrm{p,E}} = 2,1\text{ kJ/kg K}, \quad c_{\mathrm{p,F}} = 4,19\text{ kJ/kg K}, \quad l_0 = 333,5\text{ kJ/kg}.$$

Etwaiger Wärmeaustausch mit der Umgebung kann vernachlässigt werden.

$$\text{a) 1. HS Eis: } \mathrm{d}H_\mathrm{E} = m_\mathrm{E}c_{p\mathrm{E}}\mathrm{d}T_\mathrm{E} + l_0\mathrm{d}m, \text{ Wasser: } \mathrm{d}H_\mathrm{F} = m_\mathrm{F}c_{p\mathrm{F}}\mathrm{d}T_\mathrm{F}$$

$$\text{1. HS Gesamt: } \mathrm{d}H = \mathrm{d}H_\mathrm{E} + \mathrm{d}H_\mathrm{F} = 0 \Rightarrow m_\mathrm{F} = \frac{m_\mathrm{E}c_{p\mathrm{E}}\,(T_{\mathrm{E2}} - T_{\mathrm{E1}}) + l_0 m_\mathrm{E}}{c_{p\mathrm{F}}\,(T_{\mathrm{F1}} - T_{\mathrm{F2}})} = \underline{112,81\text{ kg}}$$

$$\text{b) 2. HS Eis: } \mathrm{d}S_\mathrm{E} = \mathrm{d_e}S_\mathrm{E} + \underbrace{\mathrm{d}_i S_\mathrm{E}}_{=0,rev.} = \frac{\mathrm{d_e}Q_\mathrm{E}}{T_\mathrm{E}} \Rightarrow \Delta S_\mathrm{E} = m_\mathrm{E}\left(c_{p\mathrm{E}}\ln\frac{T_{\mathrm{E2}}}{T_{\mathrm{E1}}} + \frac{l_0}{T_{\mathrm{E2}}}\right)$$

$$\text{2. HS Wasser } \mathrm{d}S_\mathrm{F} = \mathrm{d_e}S_\mathrm{F} + \underbrace{\mathrm{d}_i S_\mathrm{F}}_{=0,rev.} = \frac{\mathrm{d_e}Q_\mathrm{F}}{T_\mathrm{F}} \Rightarrow \Delta S_\mathrm{F} = m_\mathrm{F}c_{p\mathrm{F}}\ln\frac{T_{\mathrm{F2}}}{T_{\mathrm{F1}}}$$

$$\text{gesamt: } \mathrm{d}S_{\text{ges.}} = \underbrace{\mathrm{d_e}S_{\text{ges.}}}_{0,\Leftarrow \mathrm{d_e}Q=0} + \mathrm{d}_i S_{\text{ges.}} = \mathrm{d}S_\mathrm{E} + \mathrm{d}S_\mathrm{F} \Rightarrow \Delta S_{\text{ges.}} = \Delta_i S_{\text{ges.}} = \underline{2,71\frac{\text{kJ}}{\text{K}}}$$

<u>Prozess ist irreversibel, weil $\Delta_i S_{\text{ges.}} > 0$!</u>

B5 Zwei Mengen feuchter Luft A und B werden bei $p = 1$ bar isobar gemischt (Mischung M).

A: $m_A = 1$ kg (trockene Luft); $\vartheta_A = 6°C$; $\psi = 0,9$

B: $h_B = 100$ kJ/kg

Als Ergebnis dieses Prozesses liegt **gesättigte** feuchte Luft mit $x_M = 0,018$ vor.

a) Berechnen Sie x_A und h_A!

b) Berechnen Sie ϑ_M und h_M!

c) Berechnen Sie m_B und x_B!

$$c_{p,L} = 1 \text{ kJ/kgK}; \qquad \mathrm{r}_0 = 2501,6 \text{ kJ/kg}; \qquad \mathrm{c}_{\mathrm{p,D}} = 1,86 \text{ kJ/kgK}$$

$$x = 0,622\frac{p_D}{p - p_D}; \qquad \psi = \frac{x}{x_S}$$

Dampfdruck-
tabelle für
Wasser:

ϑ °C	p_s mbar
0	6,11
1	6,57
2	7,06
3	7,58
4	8,13
5	8,72
6	9,35
7	10,02
8	10,72
9	11,48
10	12,28
11	13,12
12	14,02
13	14,97
14	15,98
15	17,05
16	18,17
17	19,37
18	20,63
19	21,96
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09
25	31,66
26	33,60
27	35,64
28	37,78
29	40,04
30	42,41

$$\text{a)} x_{\mathrm{sA}} = 0.622\frac{p_{\mathrm{s}}\,(6°\mathrm{C})}{p - p_{\mathrm{s}}\,(6°\mathrm{C})} = 5,871 \cdot 10^{-3} \to x_{\mathrm{A}} = x_{\mathrm{AD}} = x_{\mathrm{sA}}\psi = \underline{5,284 \cdot 10^{-3}}$$

$$h_{\mathrm{A}} = (c_{p\mathrm{L}} + x_{\mathrm{AD}} c_{p\mathrm{D}})\,\vartheta_{\mathrm{A}} + x_{\mathrm{AD}} r_0 = \underline{19,276\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}}$$

$$\text{b)} p_{\mathrm{sM}} = \frac{p}{\frac{0,622}{x_{\mathrm{M}}} + 1} = 28,125 \text{ bar} \Rightarrow \vartheta_{\mathrm{M}} \approx \underline{23°\mathrm{C}} \qquad h_{\mathrm{M}} = (c_{p\mathrm{L}} + x_{\mathrm{M}} c_{p\mathrm{D}})\,\vartheta_{\mathrm{M}} + x_{\mathrm{M}} r_0 = \underline{68,799\frac{\mathrm{kJ}}{\mathrm{kg}}}$$

$$\text{c)}\Delta H = m_{\mathrm{M}} h_{\mathrm{M}} - (m_{\mathrm{A}} h_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}} h_{\mathrm{B}}) = 0 \Rightarrow m_{\mathrm{B}} = m_{\mathrm{A}} \frac{h_{\mathrm{M}} - h_{\mathrm{A}}}{h_{\mathrm{B}} - h_{\mathrm{M}}} = \underline{1,587\mathrm{kg}}$$

$$m_{\mathrm{B}} x_{\mathrm{B}} + m_{\mathrm{A}} x_{\mathrm{A}} = m_{\mathrm{M}} x_{\mathrm{M}} \Rightarrow x_{\mathrm{B}} = \frac{(m_{\mathrm{A}} + m_{\mathrm{B}})\, x_{\mathrm{M}} - m_{\mathrm{A}} x_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{B}}} = \underline{0,026}$$