

Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik 07.03.2003

B1 Der idealisierte Kreisprozeß eines Stirling-Motors mit idealem Gas (spezifische Wärmekapazitäten c_p und c_v) als Arbeitsmedium besteht aus folgenden Zustandsänderungen:

1→2: Isotherme Entspannung von v_1 auf v_2 ,

2→3: Isochore Abkühlung von T_1 auf T_2 ,

3→4: Isotherme Verdichtung von v_2 auf v_1 ,

4→1: Isochore Erwärmung von T_2 auf T_1 .

- a) Zeichnen Sie den Kreisprozeß in ein p, v -Diagramm und ein T, s - Diagramm ein.
- b) Zeichnen Sie die zu- und abgeführte Wärmemengen sowie die verrichtete Nutzarbeit in die Diagramme ein.
- c) Berechnen Sie die zu und abgeführten Wärmemengen sowie den thermischen Wirkungsgrad des Kreisprozesses.
- d) Berechnen Sie das Verhältnis der Wirkungsgrade des Stirling-Motors mit dem einer Carnot-Maschine, die zwischen den Temperaturen T_1 und T_2 arbeitet.

a),b)

$$\begin{aligned}
 \text{c) } 1 \rightarrow 2 : dT = 0 & \Rightarrow d_e q = p dv = \frac{RT}{v} dv \Rightarrow q_{12} = RT_1 \ln \frac{v_2}{v_1} \\
 2 \rightarrow 3 : dv = 0 & \Rightarrow d_e q = c_v dT \Rightarrow q_{23} = c_v (T_2 - T_1) \\
 3 \rightarrow 4 : dT = 0 & \Rightarrow q_{34} = RT_2 \ln \frac{v_1}{v_2} \\
 4 \rightarrow 1 : dv = 0 & \Rightarrow q_{41} = c_v (T_1 - T_2)
 \end{aligned}$$

$$q_z = q_{41} + q_{12}, \quad q_a = q_{23} + q_{34} \quad \eta = \frac{|w_0|}{q_z} = 1 - \frac{|q_a|}{q_z} = \left[\frac{1}{(\kappa - 1) \ln \frac{v_2}{v_1}} + \frac{T_1}{T_1 - T_2} \right]^{-1}$$

$$\text{d) } \frac{\eta}{\eta_c} = \left[\frac{T_1 - T_2}{(\kappa - 1) T_1 \ln \frac{v_2}{v_1}} + 1 \right]^{-1} \quad \text{wobei} \quad \eta_c = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

B2 Ein gegen die Umgebung isolierter Behälter ist durch eine adiabate Trennwand, deren Volumen gegenüber den Behältervolumen vernachlässigbar klein sein soll, in zwei Kammern geteilt (Abb.1). Die linke Kammer enthält 1 kg, die rechte Kammer 2 kg derselben Flüssigkeit ($c_v = \text{const}$). Die Anfangstemperatur in der linken Kammer sei $T_{L,0}$ und in der rechten Kammer $T_{R,0}$. Die Umgebungstemperatur T_U sei konstant und es gilt $T_{L,0} > T_U$ und $T_{R,0} > T_U$.

Nach Entfernen der Trennwand stellt sich wieder ein thermodynamischer Gleichgewichtszustand mit der Mischtemperatur T_M ein (Abb.2).

Anschließend wird zwischen dem Behälter und der Umgebung eine reversibel arbeitende Wärmekraftmaschine geschaltet (Abb.3).

- a) Berechnen Sie die Mischtemperatur T_M .
- b) Wieviel Arbeit W_{M1} kann mit der reversibel arbeitenden Wärmekraftmaschine gewonnen werden?

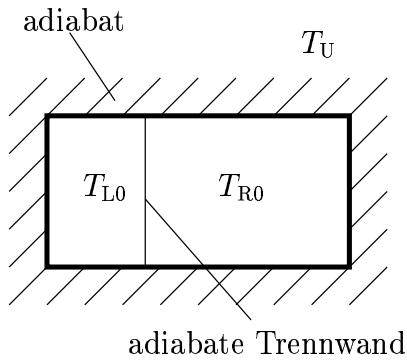


Abb.1

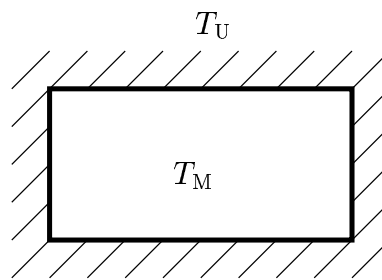


Abb.2

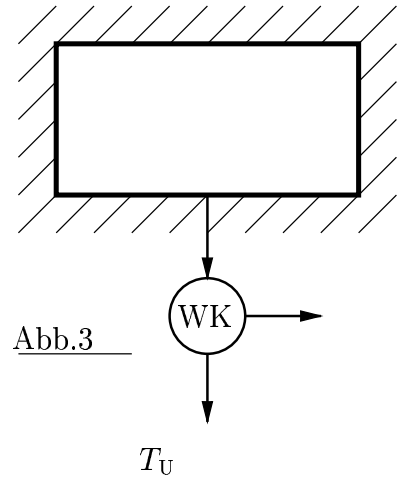


Abb.3

$$\text{a) Gesamtsystem: } dU = \underbrace{d_e Q}_{=0, \text{ adiabat}} + p \underbrace{dV}_{=0, \text{ isochor}} = 0 \Rightarrow U_1 = U_2$$

$$c_v m T_M = c_v m_R T_{R,0} + c_v m_L T_{L,0} \quad \text{wobei } m = m_L + m_R \Rightarrow$$

$$T_M = \frac{T_{L,0} + 2T_{R,0}}{3}$$

$$\text{b) } \eta_c = \frac{|d_e W_0|}{d_e Q_z} = \left(1 - \frac{T_U}{T}\right) \quad dU = m c_v \underbrace{dT}_{<0} = -d_e Q_z \Rightarrow$$

$$d_e W_0 = \left(\frac{T_U}{T} - 1\right) m c_v dT \Rightarrow W_0 = m c_v \left(T_U \ln \frac{T_U}{T_M} - T_U + T_M\right)$$

B3 Die in zwei Räumen 1 und 2 mit den Grundflächen $A_1 = 16 \text{ m}^2$ bzw. $A_2 = 25 \text{ m}^2$ und der gemeinsamen Raumhöhe $h = 2,5 \text{ m}$ befindlichen Luftmassen werden durch Öffnen einer Türe miteinander in Kontakt gebracht. Vor dem Öffnen der Türe beträgt im Raum 1 die relative Luftfeuchtigkeit $\varphi_1 = 0,65$ bei einer Temperatur von $\vartheta_1 = 10^\circ \text{C}$, und im Raum 2 hat die ungesättigte Luft die relative Luftfeuchtigkeit $\varphi_2 \neq \varphi_1$ bei einer Temperatur $\vartheta_2 \neq \vartheta_1$.

Nach der vollständigen isobaren Durchmischung der beiden Luftmassen aus Raum 1 und Raum 2 beträgt die gemeinsame Endtemperatur $\vartheta_M = 30^\circ \text{C}$ und es fällt 40 g Wasser als Kondensat an.

Der Druck ist in beiden Räumen gleich $p = 1 \text{ bar}$. Wärmeaustausch mit der Umgebung ist zu vernachlässigen.

Berechnen Sie

- den Partialdruck $p_{L,1}$ der trockenen Luft und den Partialdruck $p_{D,1}$ des Dampfes in Raum 1 vor dem Öffnen der Türe sowie $p_{L,M}$ und $p_{D,M}$ nach dem Mischvorgang,
- die Masse der trockenen Luft $m_{L,M}$ nach dem Mischen sowie die Massen der trockenen Luft $m_{L,1}$ und $m_{L,2}$ vor dem Öffnen der Türe in beiden Räumen,
- den Wassergehalt x_M der Mischung und die Dampfgehalte $x_{D,1}$ und $x_{D,2}$ vor dem Öffnen der Türe in den Räumen 1 und 2,
- die spezifische Enthalpie $h_{(1+x),M}$ der Mischluft.

$$c_{p,\text{Luft}} = 1 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \quad c_{p,\text{Dampf}} = 1,86 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \quad c_{p,\text{flüssig}} = 4,19 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \quad r_0 = 2501,6 \text{ kJ/kg}$$

$$\mathcal{M}_{\text{Luft}} = 29 \text{ kg/kmol} \quad \mathcal{R} = 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmol K}}$$

$$\varphi = \frac{p_D}{p_s}, \quad x_D = 0,622 \frac{p_D}{p - p_D}$$

ϑ °C	p_s mbar
5	8,72
10	12,27
15	17,04
16	18,17
17	19,37
18	20,63
19	21,96
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09
25	31,66
30	42,41

a) DT: $p_{S,1} (10^\circ\text{C}) = 12,27\text{mbar} \Rightarrow p_{D,1} = p_{S,1} \varphi_1 = \underline{7,98\text{mbar}} \quad p_{L,1} = p - p_{D,1} = \underline{992\text{mbar}}$

DT: $p_{S,M} (30^\circ\text{C}) = p_{D,M} = \underline{42,41\text{mbar}} \quad p_{L,M} = p - p_{D,M} = \underline{956\text{mbar}}$

b) $m_{L,1} = \frac{p_{L,1} V_1}{RT_1} = \underline{48,88\text{kg}} \quad m_{L,M} = \frac{p_{L,M} V}{RT_M} = \underline{112,93\text{kg}}$

$m_{L,2} = m_{L,M} - m_{L,1} = \underline{64,06\text{kg}}$

c) $x_{F,M} = \frac{m_{F,M}}{m_{L,M}} = 3,54 \cdot 10^{-4} \quad x_{S,M} = x_{D,M} = 0,622 \frac{p_{S,M} (30^\circ\text{C})}{p - p_{S,M} (30^\circ\text{C})} = 0,0275$

$x_M = x_{S,M} + x_{F,M} = \underline{0,0279}$

$x_{D,1} = 0,622 \frac{p_{D,1}}{p - p_{D,1}} = \underline{0,005}$

$m_{D,2} = x_M m_{L,M} - x_{D,1} m_{L,1} = 2,906\text{kg} \quad x_{D,2} = \frac{m_{D,2}}{m_{L,2}} = \underline{0,0454}$

d) $h_{(1+x),M} = (c_{p,L} + x_{S,M} c_{p,D} + x_{F,M} c_{p,f}) \vartheta_M + x_{S,M} r_0 = \underline{101,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}}$

B4 In siedendes Wasser (Masse $m_W = 100\text{g}$, Temperatur $\vartheta = 100^\circ\text{C}$) wird ein Eiswürfel (Masse $m_E = 10\text{g}$, Temperatur $\vartheta = 0^\circ\text{C}$) geworfen (Zustand 1). Etwaiger Wärmeaustausch mit der Umgebung kann vernachlässigt werden.

Gegeben: $l_0 = 335\text{kJ/kg}$, $c_{p,F} = 4,19\text{kJ/kgK}$.

1. Berechnen Sie, ob der Eiswürfel vollständig zum Schmelzen gebracht werden kann.
2. Berechnen Sie die Temperatur des Gleichgewichtszustandes (Zustand 2).
3. Berechnen Sie die Entropieänderung ($S_2 - S_1$) des Gesamtsystems.

isobare Zustandsänderung: $dH = 0$. Sei $H = 0$ für flüssiges Wasser bei 0°C .

a)

$$H_2 = H_{W,1} + H_{E,1} = 0,1 \cdot 100 \cdot 4,19 - 0,01 \cdot 335 = 38,55\text{kJ}$$

$H_2 > 0 \Rightarrow$ Eis schmilzt vollständig.

b)

$$H_2 = 0,11 \cdot \vartheta \cdot 4,19 = 38,55 \Rightarrow \vartheta = 83,64^\circ\text{C}$$

c) Für die Berechnung der Änderung der Entropie werden die ursprünglichen Eis- und Wassermassen als getrennte Systeme betrachtet.

$$dS = \frac{d_e Q}{T} = \frac{dH}{T} = \frac{m c_{p,L} dT}{T} \Rightarrow S_2 - S_1 = m c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) \cdot S_2 - S_1 = S_{W,2} - S_{W,1} + S^{II} - S^I + S_{E,2} - S_{E,1},$$

$$S_2 - S_1 = 0,1 \cdot 4,19 \ln \left(\frac{356,79}{373,15} \right) + 0,01 \frac{335}{273,15} + 0,01 \cdot 4,19 \ln \left(\frac{356,79}{273,14} \right) = \underline{4,66\text{kJ/K}}$$

B5 Ein Zylinder, der mittels eines reibungsfrei beweglichen Kolbens verschlossen ist, ist mit $m = 10\text{ g}$ Isobutan (in gasförmiger und flüssiger Phase) der Temperatur $\vartheta_1 = 21,11^\circ\text{C}$ gefüllt. Das Volumen des Zylinders wird quasistatisch isotherm von $V_1 = 50\text{ cm}^3$ auf $V_2 = 100\text{ cm}^3$ vergrößert.

- Berechnen Sie den Dampfgehalt im Ausgangs- und Endzustand.
- Berechnen Sie die bei der Expansion geleistete Arbeit W_{12} .
- Welche Wärmemenge Q_{12} muß zugeführt werden?
- Berechnen Sie die Änderung der inneren Energie $U_2 - U_1$ des Isobutans.

Dampf tafel für Isobutan

ϑ °C	p bar	v' dm ³ /kg	v'' dm ³ /kg	h' kJ/kg	h'' kJ/kg
18,33	2,916	1,789	134	507,5	843,6
21,11	3,170	1,799	124	514,0	847,1
23,89	3,442	1,810	114	520,6	850,6

$$\text{a) } x_1 = \frac{v_1 - v'}{v'' - v'} = \underline{2,6195 \cdot 10^{-2}} \quad x_2 = \frac{v_2 - v'}{v'' - v'} = \underline{6,7111 \cdot 10^{-2}}$$

$$\text{b) } W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -p(V_2 - V_1) = \underline{-15,85\text{ J}}$$

$$\text{c) } h_1 = (1 - x_1)h'(21,11^\circ\text{C}) + x_1h''(21,11^\circ\text{C}) = 522,725 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$h_2 = (1 - x_2)h'(21,11^\circ\text{C}) + x_2h''(21,11^\circ\text{C}) = 536,355 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$$

$$Q_{12} = H_2 - H_1 = m(h_2 - h_1) = \underline{136,3\text{ J}}$$

$$\text{d) } U_2 - U_1 = Q_{12} + W_{12} = \underline{120,44\text{ J}}$$