Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik 24.01.2003

B1 Eine Maschine mit idealem Gas gegebener konstanter spezifischer Wärmekapazitäten arbeitet nach folgendem reversiblen Kreisprozeß:

$1 \to 2$ isochore Entspannung;

$2 \to 3$ isotherme Expansion;

$3 \to 1$ adiabate Kompression.

a) Zeichnen Sie die Zustandsänderungen in ein p, v- und ein T, s-Diagramm ein. Skizzieren Sie in den Diagrammen die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmemengen. Handelt es sich bei dieser Maschine um eine Wärmekraft- oder eine Kältemaschine?

b) Berechnen Sie die zu- bzw. abgeführten Wärmemengen.

c) Berechnen Sie die Leistungszahl als Funktion von T_1 und T_2.

a)

b) $1 \to 2 \qquad du = d_e q = c_V dT \qquad \Rightarrow \underline{q_{12} = c_V(T_2 - T_1) = -|q_{ab}|}$

$2 \to 3 \qquad d_e q = p dv \qquad p = \frac{RT}{v} \qquad \Rightarrow q_{23} = \underline{RT_2 \ln \frac{v_3}{v_1} = q_{zu}}$

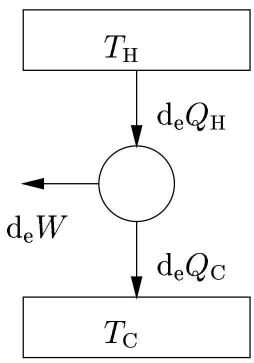
c) $3 \to 1 \qquad p_3 v_3^\kappa = p_1 v_1^\kappa \qquad p_3 = \frac{RT_2}{v_3} \qquad p_1 = \frac{RT_1}{v_1} \qquad \Rightarrow \frac{v_3}{v_1} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{\kappa - 1}}$

$$\epsilon_K = \frac{q_{zu}}{w_0} = \left(\frac{|q_{ab}|}{q_{zu}} - 1\right)^{-1} = \underline{\frac{T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}}{(T_1 - T_2) - T_2 \ln \frac{T_1}{T_2}}}$$

B2 Eine reversibel arbeitende Wärmekraftmaschine arbeitet zwischen zwei endlichen Körpern (siehe Skizze) mit den Anfangstemperaturen $T_{H,0}$ und $T_{C,0}$ ($T_{H,0} > T_{C,0}$). Die Körper haben die Wärmekapazitäten C_{pH} und C_{pC}. Im Laufe des Prozesses sinkt die Temperatur T_H, während die Temperatur T_C steigt.

a) Geben Sie die von der Maschine abgegebene Arbeit W_{01} für eine bestimmte Endtemperatur $T_{H,1}$ als Funktion von $T_{H,0}, T_{C,0}, C_{pH}, C_{pC}$ sowie $T_{H,1}$ an.

b) Wie groß ist die kleinste erreichbare Temperatur $T_{H,min}$?



$a)$1. HS Maschine: $-\,\mathrm{d_e}W_0 - \mathrm{d_e}Q_{\mathrm{ab}} + \mathrm{d_e}Q_{\mathrm{zu}} = 0$

2. HS Maschine für infinitesimalen Durchlauf: $\mathrm{d}S = \overbrace{\mathrm{d_e}S}^{\frac{\mathrm{d_e}Q}{T}} + \underbrace{\mathrm{d_i}S}_{=0,\text{reversibel}} = \overbrace{0}^{\text{Kreisprozess}} \Rightarrow \frac{\mathrm{d_e}Q_{\mathrm{zu}}}{T_{\mathrm{zu}}} - \frac{\mathrm{d_e}Q_{\mathrm{ab}}}{T_{\mathrm{ab}}} = 0$

1. HS Körper: H: $\mathrm{d}H = C_{p\mathrm{H}}\underbrace{\mathrm{d}T_{\mathrm{H}}}_{<0} = -\mathrm{d_e}Q_{\mathrm{zu}}$ C: $\mathrm{d}H = C_{p\mathrm{C}}\underbrace{\mathrm{d}T_{\mathrm{C}}}_{>0} = \mathrm{d_e}Q_{\mathrm{ab}}$

$\Rightarrow T_{\mathrm{C},1} = T_{\mathrm{C},0}\left(\frac{T_{\mathrm{H},0}}{T_{\mathrm{H},1}}\right)^{\frac{C_{p\mathrm{H}}}{C_{p\mathrm{C}}}}$ $\underline{W_{01} = C_{p\mathrm{C}}T_{\mathrm{C},0}\left(1 - \left(\frac{T_{\mathrm{H},0}}{T_{\mathrm{H},1}}\right)^{\frac{C_{p\mathrm{H}}}{C_{p\mathrm{C}}}}\right) - C_{p\mathrm{H}}\left(T_{\mathrm{H},1} - T_{\mathrm{H},0}\right)}$

$b)$ $T_{\mathrm{H,min}} = T_{\mathrm{C},1} = T_{\mathrm{H},1}$ $\Rightarrow \underline{T_{\mathrm{H,min}} = T_{\mathrm{C},0}^{\frac{C_{p\mathrm{C}}}{C_{p\mathrm{C}}+C_{p\mathrm{H}}}}T_{\mathrm{H},0}^{\frac{C_{p\mathrm{H}}}{C_{p\mathrm{C}}+C_{p\mathrm{H}}}}}$

B3 Ungesättigte feuchte Luft mit der trockenen Luftmasse m_{L}=50 kg und dem Wassergehalt $x_1 = 0,015$ soll durch das Zerstäuben von Wasser ($\vartheta_{\mathrm{W}} = 10$ °C) isobar (p = 1 bar) in einen Zustand "M" ($\vartheta_{\mathrm{M}} = 25$ °C, $x_{\mathrm{M}} = 0,03$) übergeführt werden.

a) Berechnen Sie die zu zerstäubende Wassermasse m_{W}. In welchem Gebiet befindet sich der Zustand "M"?

b) Wieviel flüssiges Wasser $m_{\mathrm{F,M}}$ muß bei einer isobar-isothermen Zustandsänderung ausgehend vom Zustand "M" entnommen werden, damit der Sättigungszustand erreicht wird?

c) Berechnen Sie die Ausgangstemperatur der feuchten Luft ϑ_1.

$$x_{\mathrm{D}} = \frac{\mathcal{M}_{\mathrm{W}}}{\mathcal{M}_{\mathrm{L}}}\frac{p_{\mathrm{D}}}{p - p_{\mathrm{D}}}, \quad \frac{\mathcal{M}_{\mathrm{W}}}{\mathcal{M}_{\mathrm{L}}} = 0,622. \tag{1}$$

$$c_{p\mathrm{L}} = 1,00\,\mathrm{kJ/kgK}, \quad c_{p\mathrm{D}} = 1,86\,\mathrm{kJ/kgK}, \quad c_{p\mathrm{F}} = 4,19\,\mathrm{kJ/kgK}, \quad r_0 = 2502\,\mathrm{kJ/kg}. \tag{2}$$

Dampfdruck-tabelle für Wasser:

ϑ °C	p_s mbar
20	23,38
21	24,86
22	26,43
23	28,09
25	31,66

$a)$ $m_{\mathrm{W}} = m_{\mathrm{L}}(x_{\mathrm{M}} - x_1) = \underline{0.75}$ kg

$p_{\mathrm{SM}}(25°\mathrm{C}) = 31,66\mathrm{mbar}$ $\quad x_{\mathrm{SM}} = 0.622\frac{p_{\mathrm{SM}}}{p - p_{\mathrm{SM}}} = 0.02034$ $\quad x_{\mathrm{SM}} < x_{\mathrm{M}} \Rightarrow$ Nebelgebiet

$b)$ $m_{\mathrm{FM}} = m_{\mathrm{L}}(x_{\mathrm{M}} - x_{\mathrm{SM}}) = \underline{0.483}$ kg

$c)$ $H_{\mathrm{FL}} + H_{\mathrm{W}} = H_{\mathrm{M}} \Rightarrow [(c_{p\mathrm{L}} + x_1 c_{p\mathrm{D}})\,\vartheta_1 + x_1 r_0] + c_{p\mathrm{F}}\vartheta_{\mathrm{W}} m_{\mathrm{W}} = [(c_{p\mathrm{L}} + x_{\mathrm{SM}}c_{p\mathrm{D}} + x_{\mathrm{FM}}c_{p\mathrm{F}})\,\vartheta_2 + x_{\mathrm{SM}}r_0]\,m_{\mathrm{L}}$

mit $x_{\mathrm{FM}} = x_{\mathrm{M}} - x_{\mathrm{SM}} = 0.0096636 \Rightarrow \underline{\vartheta_1 = 38.6°\mathrm{C}}$

B4 Quecksilber (m=123 g) wird ausgehend von der Temperatur $\vartheta_1 = 30$ °C (Druck $p_1 = 1$ bar) auf $\vartheta_2 = 33$ °C erwärmt.
a) Auf welchen Wert p_2 steigt der Druck, wenn sich das Quecksilber in einer starren Kugel befindet. b) Um welchen Wert Δv ändert sich das Volumen, wenn die Temperaturänderung bei Umgebungsdruck stattfindet.

$$\beta = 181,9 \times 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}, \quad \chi = 39 \times 10^{-12}\ \mathrm{Pa}^{-1}, \quad \rho = 13,5\,\mathrm{kg/dm}^3.$$

$a)\beta \mathrm{d}T = \chi \mathrm{d}p \Rightarrow p_2 = \frac{\beta}{\chi}(T_2 - T_1) + p_1 = \underline{140,92 \text{ bar}}$

$b)\frac{\mathrm{d}v}{v} = \beta \mathrm{d}T \Rightarrow \triangle v = v_2 - v_1 = v_1 \left(e^{\beta(T_2 - T_1)} - 1\right) = \underline{4.04\ 10^{-5} \frac{\mathrm{dm}^3}{\mathrm{kg}}} \qquad mit \quad v_1 = \frac{1}{\rho} = 7.407\ 10^{-2} \frac{\mathrm{dm}^3}{\mathrm{kg}}$

B5 In einem Zylinder, der durch einen reibungsfrei beweglichen Kolben verschlossen ist, befindet sich ein Zweiphasengemisch aus flüssigem und dampfförmigen Wasser ($V_1 = 100$ dm^3; $x_1 = 0,25$; $\vartheta_1 = 150$ °C).
Es werden folgende Teilprozesse durchgeführt:

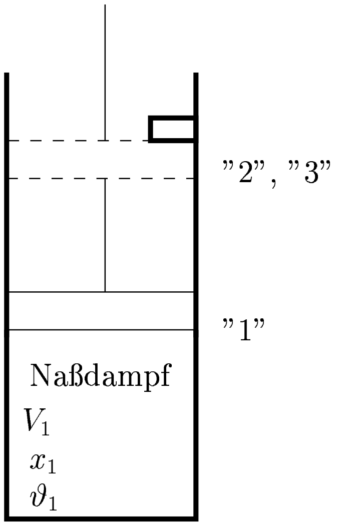
1→2 reversibel adiabate Expansion bis $p_2 = 1,013$ bar
2→3 isochore Wärmezufuhr (Kolben wird in Position 2 gehalten), bis $p_3 = 3,614$ bar und $x_3 = 0,9714$

Berechnen Sie

a) die im Zylinder befindliche Masse m;

b) den Dampfgehalt x_2 im Zustand 2;

c) die für die Zustandsänderung 2→3 zuzuführende Wärme Q_{23}.



$a)m = \frac{V_1}{(1-x_1)v_1'(150°\mathrm{C}) + x_1 v_1''(150°\mathrm{C})} = 1.01904 \text{ kg}$

$b)\ \triangle s = 0 \Rightarrow x_2 = \frac{(1-x_1)s_1'(150°\mathrm{C}) + x_1 s_1''(150°\mathrm{C}) - s_2'(1.013 \text{ bar})}{s_2''(1.013 \text{ bar}) - s_1'(150°\mathrm{C})} = 0.2948$

$c)Q_{23} = H_3 - H_2 - V_2(p_3 - p_2) = 1473,9 \text{ kJ} \qquad h_3 = (1-x_3)h_3'(3.614 \text{ bar}) + x_3 h_3''(3.614 \text{ bar})$

$h_2 = (1-x_2)h_2'(1.013 \text{ bar}) + x_2 h_2''(1.013 \text{ bar}) \qquad v_2 = (1-x_2)v_2'(1.013 \text{ bar}) + x_2 v_2''(1.013 \text{ bar})$