Prüfung aus Grundlagen der Thermodynamik 29.11.2002

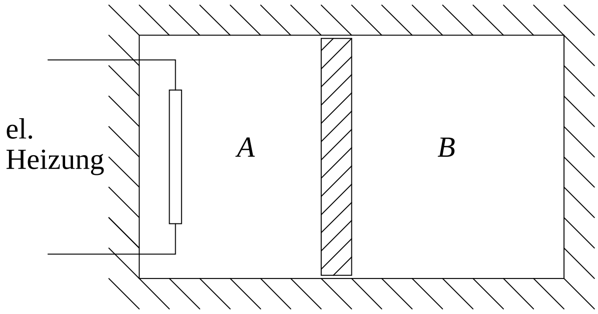
B1) In einem adiabaten, geschlossenen Zylinder trennt ein adiabater, reibungslos verschiebbarer Kolben zwei mit dem gleichen idealen Gas (R, κ) gefüllte Räume A und B (siehe Skizze). Die Anfangszustände $(T_{A1}, p_{A1} = p_{B1}, T_{B1}, m_A, m_B)$ sind gegeben.

a) Berechnen Sie V_{A1} und V_{B1}.

Während der Zeit Δt führt der vom Strom I durchflossene Widerstand aufgrund der angelegten Spannung U dem Raum A Energie zu, sodaß der Kolben quasistatisch verschoben und der Raum A um ΔV_A vergrößert wird.

b) Berechnen Sie die dem Raum B zugeführte Volumenänderungsarbeit W_B in Abhängigkeit von ΔV_A.

c) Berechnen Sie die Temperatur T_{A2} in Abhängigkeit von ΔV_A.



a) id. Gas: $\underline{V_{A1} = R m_A T_A / p_{A1}}$, $\underline{V_{B1} = R m_B T_B / p_{B1}}$.

b) $W_B = -\int_{V_{B1}}^{V_{B2}} p\, dV$, mit Isentropenbeziehung $pV^\kappa = const.$, $\Rightarrow$ $p = p_{B1} V_{B1}^\kappa V^{-\kappa}$ sowie mit $V_{B2} = V_{B1} - \Delta V_A$ folgt

$$\underline{W_B} = \frac{p_{B1} V_{B1}^\kappa}{\kappa - 1} \left(V_{B2}^{1-\kappa} - V_{B1}^{1-\kappa} \right) = \underline{\frac{p_{B1} V_{B1}}{\kappa - 1} \left[\left(1 - \frac{\Delta V_A}{V_{B1}} \right)^{1-\kappa} - 1 \right]}$$

Alternative: Wegen $dU = d_e W$ gilt $W_B = m_B c_v (T_{B2} - T_{B1})$, es folgt mit der Isentropenbeziehung $TV^{\kappa-1} = const.$ obiges Ergebnis.

c) Die Zustandsgl. für ideales Gas liefert $T_{A2} = \frac{p_{A2} V_{A2}}{m_A R}$, substituieren von $p_{A2} = p_{B2}$ und $p_{B2} = p_{B1} V_{B1}^\kappa V_{B2}^{-\kappa}$ ergibt

$$\underline{T_{A2} = T_{A1} \left(1 - \frac{\Delta V_A}{V_{B1}} \right)^{-\kappa} \left(1 + \frac{\Delta V_A}{V_{A1}} \right)}$$

B2) Vom skizzierten, idealisierten Dieselprozeß einer Verbrennungskraftmaschine, deren Arbeitsmedium ein ideales Gas konstanter spezifischer Wärmekapazitäten (geg.: R, κ) ist, sind p_1, T_1, V_1, V_3, $V_4 = V_1$ und p_3 bekannt.

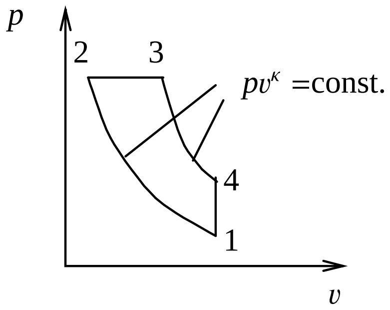
a) Zeichnen Sie den Prozeß in ein T, s-Diagramm ein. Skizzieren Sie in den Diagrammen die Nettoarbeit und die zu- bzw. abgeführten Wärmemengen.

b) Berechnen Sie die isochore Wärmekapazität c_v und die im Zylinder befindliche Gasmasse m.

c) Berechnen Sie Druck p_4 und Temperatur T_4 im Zustand 4.

d) Wie groß ist die beim Prozeß $3 \to 4$ verrichtete spezifische Volumenänderungsarbeit w_{34}?

e) Wie groß ist die beim Prozeß $4 \to 1$ ausgetauschte spezifische Wärmemenge q_{41}?



b)

$$\underline{c_v = \frac{R}{\kappa - 1}}, \qquad \underline{m = \frac{p_1 V_1}{R T_1}}$$

c) Isentropenbeziehung $pV^\kappa = const.$, $\quad \Rightarrow \underline{p_4 = p_3 \left(V_3/V_1\right)^\kappa}$.

$$\underline{T_4} = \frac{p_4 V_4}{mR} = \underline{\frac{p_4 V_4}{mR}\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^\kappa = T_1 \frac{p_3}{p_1}\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^\kappa}.$$

d) Aus $du = d_e w$ folgt mit $du = c_v dT$ und der Isentropenbeziehung $Tv^{\kappa-1} = const.$,

$$\underline{w_{34}} = c_v T_4 \left[1 - \left(\frac{V_4}{V_3}\right)^{\kappa-1}\right] = \underline{-\frac{p_3 V_3}{m(\kappa - 1)}\left[1 - \left(\frac{V_3}{V_1}\right)^{\kappa-1}\right]}.$$

e) Aus $du = d_e q - pdv$ folgt $q_{41} = c_v(T_1 - T_4)$,

$$\underline{q_{41} = -\frac{RT_1}{\kappa - 1}\left[\frac{p_3}{p_1}\left(\frac{V_3}{V_1}\right)^\kappa - 1\right]}.$$

B3) Eine zwischen der Umgebung und dem Kühlraum einer Gefriertruhe (Oberfläche $A = 2\mathrm{m}^2$) arbeitende Carnot-Kältemaschine sorgt dafür, daß die Kühlraumtemperatur trotz der durch die Wände strömenden Wärme konstant bleibt. Der Wärmestrom kann durch die Gleichung

$$\dot{Q} = \frac{A\lambda}{d}\Delta T$$

beschrieben werden (Wärmeleitfähigkeit $\lambda = 0,25\mathrm{W/mK}$, Dicke $d = 2\mathrm{cm}$, Temperaturdifferenz ΔT).

Welche Kühlraumtemperatur ϑ_K (= Temperatur der Wandinnenseite) stellt sich ein, wenn bei einer Umgebungstemperatur von $\vartheta_U = 20°\mathrm{C}$ (= Temperatur der Wandaußenseite) der Carnot-Maschine pro Sekunde 200J an elektrischer Arbeit zugeführt werden?

Für eine Carnot-Maschine gilt $\frac{|Q_a|}{|Q_z|} = \frac{T_a}{T_z}$, hier ist $|\dot{Q}_a| = \dot{Q} + \dot{W}_0$, $\dot{Q}_z = \dot{Q}$, $T_a = T_U$, $T_z = T_K$. Mit $\Delta T = T_U - T_K$ ergibt sich

$$\frac{A\lambda}{d\dot{W}_0}\Delta T^2 + \Delta T - T_U = 0, \qquad \Rightarrow \Delta T = 44.6\,\mathrm{K}, \qquad \underline{\vartheta_K = -24.6\,°\mathrm{C}}.$$

B4) Zwei Kilogramm überhitzter Wasserdampf mit den Zustandsgrößen $\theta_1 = 500°\mathrm{C}$, $\rho_1 = 40,9\mathrm{kg/m}^3$ sollen reversibel adiabat auf Sättigungszustand (Zustand 2) gebracht werden. Anschließend soll der Sattdampf (Zustand 2) isotherm in einen Zustand 3 gebracht werden, bei dem sich ein Dampfgehalt von 0,5% einstellt. Ausgehend vom Zustand 3 wird der Restdampf isochor verflüssigt (Zustand 4).

a) Geben Sie die Drücke (p_1, p_2, p_3, p_4), die Temperaturen (ϑ_2, ϑ_3, ϑ_4), die Dichten (ρ_2, ρ_3, ρ_4) und die ausgetauschten Wärmemengen (Q_{12}, Q_{23}, Q_{34}) an.

b) Stellen Sie die Zustandsänderungen und die ausgetauschten Wärmemengen in einem T, s - Diagramm dar.

Dampftafel für überhitzten Wasserdampf:

a) Zustand 1: Aus Dampftafel für überhitzten Wasserdampf, $\underline{p_1 = 130 \text{ bar}}$.
1 — 2 isentrop, $s_2 = s_1$, Sättigungszustand: $s_2 = s_2''$, aus Dampftafel: $\underline{\vartheta_2 = 200\ °\mathrm{C}}$, $\underline{p_2 = 15.549 \text{ bar}}$, $\underline{\rho_2 = 7.86 \text{ kg/m}^3}$.
2 — 3 isobar und isotherm, $\underline{p_3 = p_2}$, $\underline{\vartheta_3 = \vartheta_2}$, $v_3 = 0.995v_3' + 0.005v_3'' = 1.787 \text{ dm}^3/\text{kg}$, $\underline{\rho_3 = 559.6 \text{ kg/m}^3}$.
3 — 4 isochor, $v_4 = v_4' = v_3$. $\underline{\vartheta_4 = 350\ °\mathrm{C}}$, $\underline{p_4 = 165 \text{ bar}}$.

Wärmemengen:

$$\underline{Q_{12} = 0}, \qquad \underline{Q_{23}} = H_3 - H_2 \underline{= -3858 \text{ kJ}},$$

$$\underline{Q_{34}} = m[h_4 - h_3 - v_3(p_4 - p_3)] \underline{= 1566 \text{ kJ}}.$$

B5) Zwei Behälter A und B, die flüssiges Wasser ($m_A = 1\mathrm{kg}$, $m_B = 2\mathrm{kg}$, $c_W = 4,19\mathrm{kJ/kgK}$) mit den Anfangstemperaturen $\vartheta_A = 20\,°\mathrm{C}$ bzw. $\vartheta_B = 30\,°\mathrm{C}$ enthalten, werden miteinander in Berührung gebracht, sodaß Wärme ausgetauscht wird. Berechnen Sie die mit diesem Prozeß verbundenen

a) Temperaturänderungen der beiden Behälter und

b) die Entropieänderung des Gesamtsystems.

a) Es gilt $\mathrm{d_e}Q = 0$ sowie $\vartheta_{\mathrm{A}2} = \vartheta_{\mathrm{B}2} = \vartheta_2$. Wegen $\mathrm{d_e}Q = \mathrm{d_e}Q_\mathrm{A} + \mathrm{d_e}Q_\mathrm{B}$ und mit $\mathrm{d_e}Q = dH$ folgt $\Delta H_\mathrm{A} + \Delta H_\mathrm{B} = 0$. Mit $\Delta H = mc_W\Delta\vartheta$ ergibt sich

$$\vartheta_2 = 26.7\ °\mathrm{C}, \qquad \Rightarrow \underline{\Delta\vartheta_\mathrm{A} = 6.7\ °\mathrm{C}}, \ \underline{\Delta\vartheta_\mathrm{B} = -3.3\ °\mathrm{C}}.$$

b) Es ist $\mathrm{d}S = \mathrm{d}S_\mathrm{A} + \mathrm{d}S_\mathrm{B}$, $\mathrm{d}S_\mathrm{A} = \mathrm{d_e}Q_\mathrm{A}/T$, deshalb

$$\underline{S_2 - S_1} = c_\mathrm{W}\left[m_\mathrm{A}\ln\left(\frac{T_2}{T_\mathrm{A}}\right) + m_\mathrm{B}\ln\left(\frac{T_2}{T_\mathrm{B}}\right)\right] \underline{= 1.57 \text{ J/K}}.$$

(Genaue Werte für die Temperaturen einsetzen!)