3. Test VU Ein- und Mehrphasenströmungen 27. 1. 2011

Lösung

A1) Definieren Sie „homogene Zweiphasenströmung im thermischen Gleichgewicht“. Geben Sie ein Beispiel einer solchen Strömung.

$v_1 = v_2$, $T_1 = T_2 = T$. Beispiel: Blasenströmung.

A2) Geben Sie für ein homogenes Zweiphasengemisch ohne Phasenumwandlung die isotherme Schallgeschwindigkeit c_{xT} an, falls $\rho_1 \approx const$, die Phase 2 sich wie ein ideales Gas verhalte und $\rho_1 \gg \rho_2$ sei.

$$c_{xT} = \sqrt{\frac{p}{\rho_1 \alpha (1-\alpha)}}$$

A3) In einem Kessel befinde sich ein Gemisch einer Flüssigkeit und eines Gases beim Druck p_0. Das Gemisch ströme in einer isothermen, homogenen Zweiphasenströmung durch eine Düse aus dem Kessel. Der Aussendruck betrage p. Skizzieren Sie den Verlauf des Massestromes über p/p_0. Tragen Sie das kritische Druckverhältnis p^*/p_0 ein.

A4) Was geschieht beim Erreichen des kritischen Druckverhältnisses in der Düse?

In der Düse strömt das Gemisch mit Schallgeschwindigkeit. Ein höherer Massenstrom kann, bei gleichbleibendem Druck p_0, nicht mehr aus dem Kessel strömen.

A5) Geben Sie einen typischen Wert für den Rohrreibungsbeiwert λ_R in turbulenter Strömung an.

$$\lambda_\mathrm{R} = 0{,}02 \text{ (bei Re} = 60000\text{)}.$$

In einem Rohr mit dem Innendurchmesser von 80 cm soll Kohlestaub in einer Wirbelschicht verbrannt werden. Berechnen Sie das Verhalten der Wirbelschicht bei einer Temperatur der Luft von $\vartheta = 70\,°\mathrm{C}$ ($\rho_1 = 1\ \mathrm{kg/m^3}$, $\nu = 2 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{m^2/s}$). Der Kohlestaub bestehe aus Partikel mit einem Durchmesser von 2 mm, die Dichte beträgt $\rho_2 = 1300\ \mathrm{kg/m^3}$. Die Sinkgeschwindigkeit eines Teilchens betrage $U = 8{,}2$ m/s. Die Teilchen verhalten sich entsprechend der Driftfluss-Relation von Richardson und Zaki, $j_{12} = \alpha(1-\alpha)^{2{,}39}$, mit $\alpha_{\max} = 0{,}6$.

a) Wie groß ist der minimale nötige Volumenstrom an Luft, um das Festbett zu lösen und eine Wirbelschicht zu erzeugen? Zeichnen Sie die Lösung für die Volumenstromdichte in den Graphen unten ein. Falls Sie die Aufgabe graphisch lösen, machen Sie die Konstruktion der Lösung deutlich.

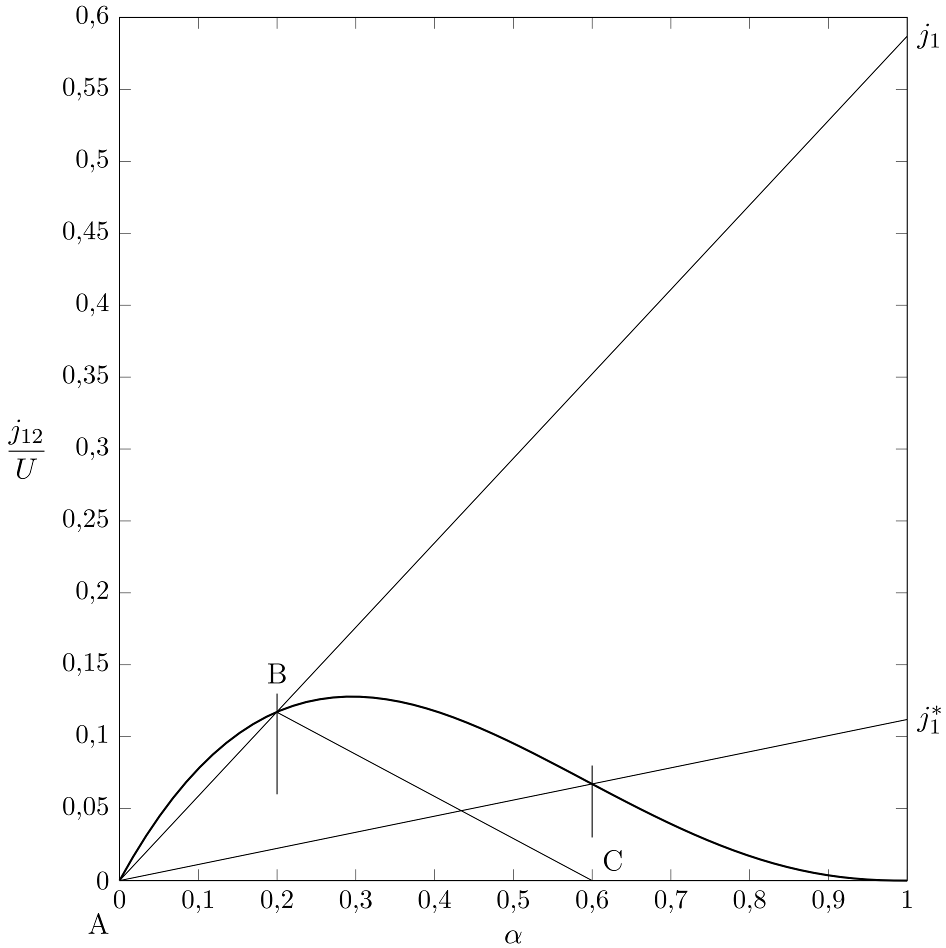
b) Wie hoch ist die maximal mögliche Volumenstromdichte der Luft? Wie groß ist der entsprechende Volumenstrom?

c) Welcher Volumenstrom ist nötig, um die Wirbelschicht zu einer Teilchenkonzentration von $\alpha = 0{,}2$ zu expandieren? Zeichnen Sie die Lösung für die Volumenstromdichte in den Graphen unten ein. Falls Sie die Aufgabe graphisch lösen, machen Sie die Konstruktion der Lösung deutlich.

d) Welche Masse an Kohle ist in der Wirbelschicht vorhanden, wenn die Wirbelschicht eine Höhe von $H = 1{,}8$ m hat?

e) Wie groß ist die Druckdifferenz Δp über die Wirbelschicht.

f) Zum Zeitpunkt t_0 werde das Gebläse abgestellt. Wie lange braucht es, bis die Wirbelschicht zu einem Festbett zusammengesunken ist? Welche Höhe hat das Festbett nach dem Abschluss der Sedimentation?



Driftfluss-Relation von Richardson und Zaki, $j_{12}/U = \alpha(1-\alpha)^{2{,}39}$. (Dünne Linien: Lösung.)

Die Sinkgeschwindigkeit war gegeben, dennoch hier die Berechnung der Sinkgeschwindigkeit:

$$g\underbrace{(\rho_2-\rho_1)}_{\approx\rho_2,\ \text{wg. }\rho_1\ll\rho_2}4R^3\pi/3=c_\mathrm{w}\rho_1U^2R^2\pi/2,$$

$$\frac{8Rg}{3c_\mathrm{w}}\frac{\rho_2}{\rho_1}=U^2;\qquad U=\sqrt{\frac{8\cdot1\cdot10^{-3}\cdot9{,}81}{3\cdot0{,}5}\cdot1{,}3\cdot10^3}=8{,}247\ \mathrm{m/s}.$$

$\mathrm{Re}_U=\dfrac{8{,}2\cdot2\cdot10^{-3}}{2\cdot10^{-5}}=820$. Zu verwenden ist die Driftflussbeziehung für $\mathrm{Re}_U>500$,
$j_{12}/U=\alpha(1-\alpha)^{2{,}39}$.

a)
Die untere kritische Volumenstromdichte j_1^* ergibt sich aus dem Wert des Driftflusses bei $\alpha=\alpha_\mathrm{max}$, $\alpha_\mathrm{max}=0{,}6$,

$$j_{12}^*(\alpha=0{,}6)=0{,}6\cdot0{,}4^{2{,}39}U=0{,}06714U.$$

Geradengleichung: $j_1^*=\dfrac{j_{12}^*}{\alpha}=\dfrac{0{,}06715U}{0{,}6}=0{,}112U=0{,}918\ \mathrm{m/s}$.
(Auch: $j_2=\alpha j-j_{12}$, mit $j_2=0$ ist $j=j_{12}/\alpha$, daher ist $j_1=(1-\alpha)j+j_{12}=j_{12}/\alpha$.)

$$\dot V_1^*=j_1^*A;\quad A=R^2\pi=0{,}4^2\ \pi=0{,}5027\ \mathrm{m}^2.$$

$$\dot V_1^*=0{,}918\cdot0{,}5=0{,}46\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}$$

b)

$$j_1^{**}=U=8{,}2\ \mathrm{m/s};\quad \dot V_1^{**}=8{,}2\cdot0{,}5=4{,}1\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}.$$

c)
j_1 ergibt sich aus dem Wert von j_{12} für $\alpha=0{,}2$,

$$j_{12}(\alpha=0{,}2)=0{,}2\cdot0{,}8^{2{,}39}U=0{,}1173U.$$

Wie oben ist $j_1=j_{12}/\alpha=0{,}1173U/0{,}2=0{,}587U=4{,}81\ \mathrm{m/s}$.

$$\dot V_1^*=j_1A=4{,}81\cdot0{,}5=2{,}41\ \mathrm{m}^3/\mathrm{s}.$$

d)

$$V=AH=0{,}5027\cdot1{,}8=0{,}905\ \mathrm{m}^3;\quad m_2=V_2\rho_2=\alpha V\rho_2=0{,}2\cdot0{,}905\cdot1300=235{,}3\ \mathrm{kg}.$$

e)

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}=((1-\alpha)\rho_1+\alpha\rho_2)g\approx0{,}2\cdot1300g=2550\ \mathrm{Pa/m}.$$

$$\Delta p=2550\cdot1{,}8=4590\ \mathrm{Pa}=0{,}04\ \mathrm{bar}.$$

f)
Stoßgeschwindigkeit $|C_\mathrm{AB}|=\dfrac{j_{12}(\alpha=0{,}2)}{0{,}2}=$ (siehe c) $4{,}81$ m/s.
Höhe des Festbettes h:

$$h\cdot0{,}6=H\cdot0{,}2,\quad h=1{,}8\cdot0{,}2/0{,}6=0{,}6\ \mathrm{m}.$$

$$t_\mathrm{S}=\frac{H-h}{|C_\mathrm{AB}|}=\frac{1{,}2}{4{,}81}=0{,}25\ \mathrm{s}.$$