

## Lösung

- A1) Was ist der Unterschied zwischen den Euler-Gleichungen und den Navier-Stokesschen Gleichungen?

In den Euler-Gleichungen fehlt der viskose Term,  $\nu\Delta\vec{v}$  bzw.  $\mu\Delta\vec{v}$ .

- A2) Zeichnen Sie die Kräfte ein, die auf einen Körper wirken, der in stationärer Bewegung in einer Flüssigkeit sinkt.



- A3) Wie lautet der Zusammenhang zwischen dem Geschwindigkeitspotential  $\phi$  und der Geschwindigkeit  $\vec{v}$ ?

$$\vec{v} = \text{grad}\phi$$

- A4) Das Strömungsfeld um ein U-Boot soll numerisch berechnet werden. Muss der hydrostatische Druckgradient berücksichtigt werden? Anders gefragt, muss in der numerischen Rechnung die Schwerebeschleunigung berücksichtigt werden? Es seien die durch die Bewegung des Bootes verursachte Strömung und die Kräfte auf das U-Boot selbst, nicht eventuelle Störungen an der Wasseroberfläche von Interesse. Begründen Sie Ihre Aussage.

Nein, die Schwerebeschleunigung muss nicht berücksichtigt werden. Die Navier-Stokesschen Gleichungen sind linear in  $p$ . Die Schwerebeschleunigung verursacht das hydrostatische Druckfeld, das unabhängig und getrennt vom durch die Bewegung verursachten Druckfeld betrachtet werden kann. Die Wirkung des hydrostatischen Druckfeldes ist der Auftrieb des Körpers.

- A5) Skizzieren Sie die Potentialströmung sowie die reale Strömung bei hoher Re-Zahl um a) einen schlanken, b) einen stumpfen Körper. Beschreiben Sie zusätzlich die Eigenschaften des jeweiligen Geschwindigkeitsfeldes (nicht des Druckfeldes) sowie die Unterschiede zwischen den vier Fällen.

Ein Beispiel für einen schlanken Körper wäre ein, der Einfachheit halber symmetrisches, Flügelprofil. Ein stumpfer Körper wäre, z.B., eine Kugel.

Eine Potentialströmung löst weder um einen schlanken noch um einen stumpfen Körper ab. Die Potentialströmung hat (in fast allen Punkten) an der Körperoberfläche eine endliche Tangentialgeschwindigkeit. Die reale Strömung bildet hinter dem schlanken Körper einen dünnen Nachlauf, das Stromlinienbild ist am stumpfen Körper sonst fast identisch zu den Stromlinien in der Potentialströmung. Am stumpfen Körper hat die reale Strömung ein großes Nachlaufgebiet. Die reale Strömung haftet an der Körperoberfläche, d.h., alle Geschwindigkeitskomponenten sind an der Körperoberfläche gleich Null.



Separation,

$$U^{-2}dU = - \underbrace{\frac{c_w \rho d^2 \pi}{8m}}_a dt, \quad U^{-2}dU = -adt$$

Mit  $c_w = 0,1$  ist  $a = \frac{0,1 \cdot 1,188 \cdot 0,191^2 \pi}{8 \cdot 0,425} = 4 \cdot 10^{-3}$ . (Für  $c_w = 0,5$  wäre  $a = 0,02$ .)

Unbestimmte Integration,

$$-\frac{1}{U} = -at + c_1,$$

RB:  $U(t=0) = U_1$ , daher ist  $c_1 = -1/U_1$ . Die Lösung lautet

$$U(t) = \left( \frac{1}{U_1} + at \right)^{-1}$$

---

Oder bestimmte Integration zwischen dem Zustand am Beginn der Strecke,  $(U_1, t_1 = 0)$ , und einem Zustand auf der Strecke,  $(U, t)$ ,

$$\left[ -\frac{1}{U} \right]_1^2 = \left[ -at \right]_1^2, \quad -\left( \frac{1}{U} - \frac{1}{U_1} \right) = -a(t - t_1).$$

---

d)

$$s = \int_1^2 U dt = \int_0^{t_2} \frac{1}{\frac{1}{U_1} + at} dt = \left[ \frac{1}{a} \ln \left( \frac{1}{U_1} + at \right) \right]_0^{t_2} = \frac{1}{a} \left( \ln \left( \frac{1}{U_1} + at_2 \right) - \ln \left( \frac{1}{U_1} \right) \right),$$

$$e^{as} = \frac{1/U_1 + at_2}{1/U_1} = 1 + aU_1 t_2, \quad t_2 = \frac{e^{as} - 1}{aU_1} = \frac{e^{4 \cdot 10^{-3} \cdot 7} - 1}{4 \cdot 10^{-3} \cdot 25} = 0,284 \text{ s.}$$

e)

$$U_2 = \left( 1/25 + 0,284 \cdot 4 \cdot 10^{-3} \right)^{-1} = 24,31 \text{ m/s.}$$

Mit  $c_w = 0,5$  wäre  $t_2 = 0,3$  s und  $U_2 = 21,74$  m/s = 78,26 km/h.